සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2022

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය	-	**මිනිත්තු 10 යි**
மேலதிக வாசிப்பு நேரம்	-	10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time	-	10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය | | | | | | | |

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	**1**	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	**11**	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

Scanned with CamScanner

1. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} 6r(r-1) = 2n(n^2-1)$ බව පෙන්වන්න.

2. $y = |2x-2| - x$ හා $y = 2|x-2| - 2x$ හි ප්‍රස්තාර එකම oxy තලයක දළ ලෙස සටහන් කරන්න. එනයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $|2x-4| - |2x-2| > x$ අසමානතාව සපුරාලන සියලු තාත්ත්වික x හි අගය කුලකය ලබාගන්න.

Scanned with CamScanner

3. ආර්ගන්ඩ් තලය මත, $|z-2-2i| \leq 1$ හා $Arg(z-4i) \geq -\frac{\pi}{4}$ මගින් දෙනු ලබන අවශ්‍යතා සපුරාලන R පෙදෙස අඳුරු කර දක්වන්න.
එනයින් එම R පෙදෙස තුළ $Im(Z)$ හි අවම අගය සොයන්න.

4. $\left(\sqrt{3}+11^{\frac{1}{5}}\right)^{10}$ ප්‍රසාරණයේ $r+1$ වන පදය $T_{(r+1)}$ ලියා දක්වන්න. එනයින් එම ප්‍රසාරණයේ පරිමේය පද සියල්ලේ ඓක්‍යය සොයන්න.

[හතරවැනි පිටුව බලන්න.

Scanned with CamScanner

5. $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \left(\frac{12-12\,Cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)}{(6x-\pi)^2}\right)$ සීමාව අගයන්න.

6. $y=\sqrt{ln|x|}$, $(x>1,\ x\in\mathbb{R})$, $y=0$, $x=2$ හා $x=4$ යන වක්‍ර වලින් ආවෘත පෙදෙස $x-$ අක්ෂය වටා රේඩියන 2π කෝණයකින් භ්‍රමණයෙන් ජනිත පරිමාව, ඝණ ඒකක $\boldsymbol{6\pi\, ln(2)-2\,\pi}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

7. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$ බහුවලය මත, පරාමිතිය θ වන P ලක්ෂ්‍යය $(3\ Sec\ \theta,\ 6\ tan\ \theta)$ ආකාරයෙන් දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. පරාමිතිය $\theta = \frac{\pi}{6}$ වන ලක්ෂ්‍යයේදී එම බහුවලයට ඇඳි අභිලම්භයේ සමීකරණය $x + 4y = 10\sqrt{3}$ බව සාධනය කරන්න.

8. අනුක්‍රමණය m වූ $l = 0$ සරළ රේඛාවකට, O මූලයේ සිට ඇති ලම්බ දුර ඒකක 1 කි. l සඳහා පිහිටීම් දෙකක් ඇති බව පෙන්වා එම එක් එක් අවස්ථාව සඳහා l හි සමීකරණ ලියා දක්වන්න.
එම රේඛා දෙක සම්මුඛ පාද වශයෙන් හා ඛණ්ඩාංක අක්ෂ විකර්ණ වශයෙන් පවතින රොම්බසයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක $\left|\frac{2(m^2+1)}{m}\right|$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

9. $y = mx + c$ රේඛාව මත කේන්ද්‍රය පිහිටි $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + p = 0$ වෘත්තය $y -$ අක්ෂය ස්පර්ශ කරන අතර, $x -$ අක්ෂයෙන් ඒකක 08 ක් දිග ජ්‍යායක් කපයි.

$g^2(1 - m^2) + 2gmc = 16 + c^2$ බව පෙන්වන්න.

10. $Sin^2\theta + Cos^2\theta = 1$ යොදාගනිමින්, $n \in \mathbb{Z}$ විට $\theta \neq n\pi$ සඳහා, $Cosec^2\theta = 1 + Cot^2\theta$ බව ලබාගන්න.

$Cot\,\theta - Cosec\,\theta = \frac{5}{4}$ නම් එවිට $Cot\,\theta + Cosec\,\theta = -\frac{4}{5}$ බව පෙන්වා, $Sin\,\theta = -\frac{40}{41}$ බව අපෝහනය කරන්න.

Scanned with CamScanner

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2022

සංයුක්ත ගණිතය I
இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 S I

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x) \equiv x^2 + (2a-1)x + (a+1),\ x \in \mathbb{R}$ යැයි ද a යනු තාත්ත්වික නියතයක් යැයි ද ගනිමු.
$(x + 2a - 1)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් නම් a හි අගය සොයන්න.
එම a අගය සඳහා $f(x)$ ලියා දක්වා $f(x) = 0$ හි මූල ලබාගන්න.
එනයින්, p තාත්ත්වික නියතයක් වූ $F(x) = f(p - 2x)$ ලෙස අර්ථ දක්වා ඇති $F(x)$ වර්ග ප්‍රකාශනය ලියා දක්වන්න.
සියලු $p \in \mathbb{R}$ සඳහා $F(x) = 0$ වර්ග සමීකරණයට තාත්ත්වික ප්‍රභින්න මූල පවතින බව සාධනය කරන්න.
$p \neq 0, p \neq 3$ විට, $F(x) = 0$ හි මූලයන්හි පරස්පරයයන් මූල වශයෙන් ඇති $G(x) = 0$ වර්ග සමීකරණය සොයන්න.
$F(x) = 0$ හා $G(x) = 0$ හි විවේචකයයන් එකම වන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(b) $P(x) \equiv x^4 - (1-\lambda)x^3 + \mu x + 2$ මගින් දෙනු ලබන $P(x)$ බහුපදය $x^2 - x - 2$ මගින් බෙදූවිට ශේෂය $10(x+1)$ කි. λ සහ μ සොයන්න.

එම λ සහ μ අගයයන් සඳහා $(x+1)$ යනු $P(x)$ හි සාධකයක් බව පෙන්වා එවිට $P(x)$ යන්න $P(x) \equiv (x - \alpha)(x^3 - \beta)$ ආකාරයෙන් දක්වන්න.
මෙහි α සහ β යනු නිර්ණය කළ යුතු නියත වේ.

12. (a) පහත වගුවේ දී ඇත්තේ වෘත්තීන් තුනකට අදාළව තෝරාගත් වෘත්තිකයන්ගෙන් සමන්විත කණ්ඩායමකි.

වෘත්තිය	පිරිමි	ගැහැනු
වෛද්‍ය	3	1
හෙද	7	4
සාත්තුසේවා	5	5

මෙම කණ්ඩායමෙන් සාමාජික සංඛ්‍යාව 5 ක් වන කමිටුවක් තෝරා පත් කර ගත යුතුව ඇත. පහත දී ඇති එක් එක් අවස්ථාව යටතේ පත්කළ හැකි වෙනස් කමිටු සංඛ්‍යා සොයන්න.

(i) කිසිදු සීමාකිරීමක් නැතිවිට,

(ii) වෛද්‍ය, හෙද හා සාත්තු සේවා හා ක්ෂේත්‍ර තුනම නියෝජනය විය යුතු අතර, වෛද්‍ය ක්ෂේත්‍රය සඳහාම පමණක් ස්ත්‍රී - පුරුෂ දෙපක්ෂයම නියෝජනය වීම අනිවාර්ය විට,

(iii) වෛද්‍ය ක්ෂේත්‍රයේ සියලුදෙනාම නියෝජනය විය යුතු විට,

[අටවැනි පිටුව බලන්න.

Scanned with CamScanner

(b) $f(r) = \frac{2}{(2r-1)^2}$, $r \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු.

$f(r) - f(r+1) = \frac{16r}{(2r-1)^2(2r+1)^2}$ බව පෙන්වන්න.

$\frac{1}{1^2.3^2} + \frac{2}{3^2.5^2} + \frac{3}{5^2.7^2} + \frac{4}{7^2.9^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots$ අපරිමිත ශ්‍රේණියේ r වන පොදු පදය, U_r ලියා දක්වන්න.

$V_n = \sum_{r=1}^{n} u_r$ හා $W_{2n} = \sum_{r=1}^{2n} u_r$ ලෙස අර්ථදැක්වෙන V_n හා W_{2n} සොයන්න.

$W_{2n} - V_n$ යන්න අභිසාරී වේද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

13. (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2\alpha & \alpha \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ හා $C = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

$A^T B = 8C$ නම් α හි අගය ලබාගන්න. මෙහි α යනු තාත්ත්වික නියතයකි. එම α අගය සඳහා $B^T A$ සොයන්න. එනයින් $A^T B + B^T A$ යනු සමමිතික න්‍යාසයක් බව සාධනය කරන්න.

$(A^T B)P = I$ වන පරිදි $P_{(2\times2)}$ න්‍යාසයක් පවතීද? ඔබේ පිළිතුර සත්‍යාපනය කරන්න.මෙහි I යනු දෙවන ඝණයේ තත්සාම්‍ය න්‍යාසය වේ.

(b) Z යනු සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් විට, $2 < |Z| \le 6$ අවශ්‍යතාව සපුරාලන R පෙදෙස ආගන්ඩ් තලයක දක්වන්න. දැන් Z_R යනු ඉහත R පෙදෙසට අයත්වූ $Z_R = x + iy$ $x, y \in \mathbb{R}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව යැයි ගනිමු.

(i) $Z_0 = Z_R + \overline{Z_R}$ මගින් දැක්වෙන Z_0 සොයන්න. මෙහි $\overline{Z_R}$යනු Z_R හි ප්‍රතිබද්ධය වේ.

(ii) Z_R හා Z_0 යන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා දෙකම R පෙදෙසට අයත්ව පවතින අයුරින් Z_R ට පැවතිය හැකි R' පෙදෙස ඉහත R පෙදෙස තුළම වෙන්කර දක්වන්න.

(iii) w යනු ඉහත R' පෙදෙසට අයත් වූ ද $|w|$ යන්න උපරිම වන අයුරින් වූද $Arg(w)$ යන්න අවම වන අයුරින් වූ ද, පළමුව වෘත්ත පාදයේ පිහිටි සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවයි. $x + iy$ ආකාරයෙන් w ලියා දක්වන්න.

එනයින් $w + \overline{w}$ සහ $w - \overline{w}$ ලබාගෙන, **ද මුවාවර් ප්‍රමේයය** යොදාගනිමින්,

$(|w + \overline{w}| + i|w - \overline{w}|)^{12} = 12^{12}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

14. (a) p, q යනු තාත්ත්වික නියත හා $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -q$ වන $y = f(x) \equiv \frac{3x+p}{(x+q)^2}$ සලකන්න.

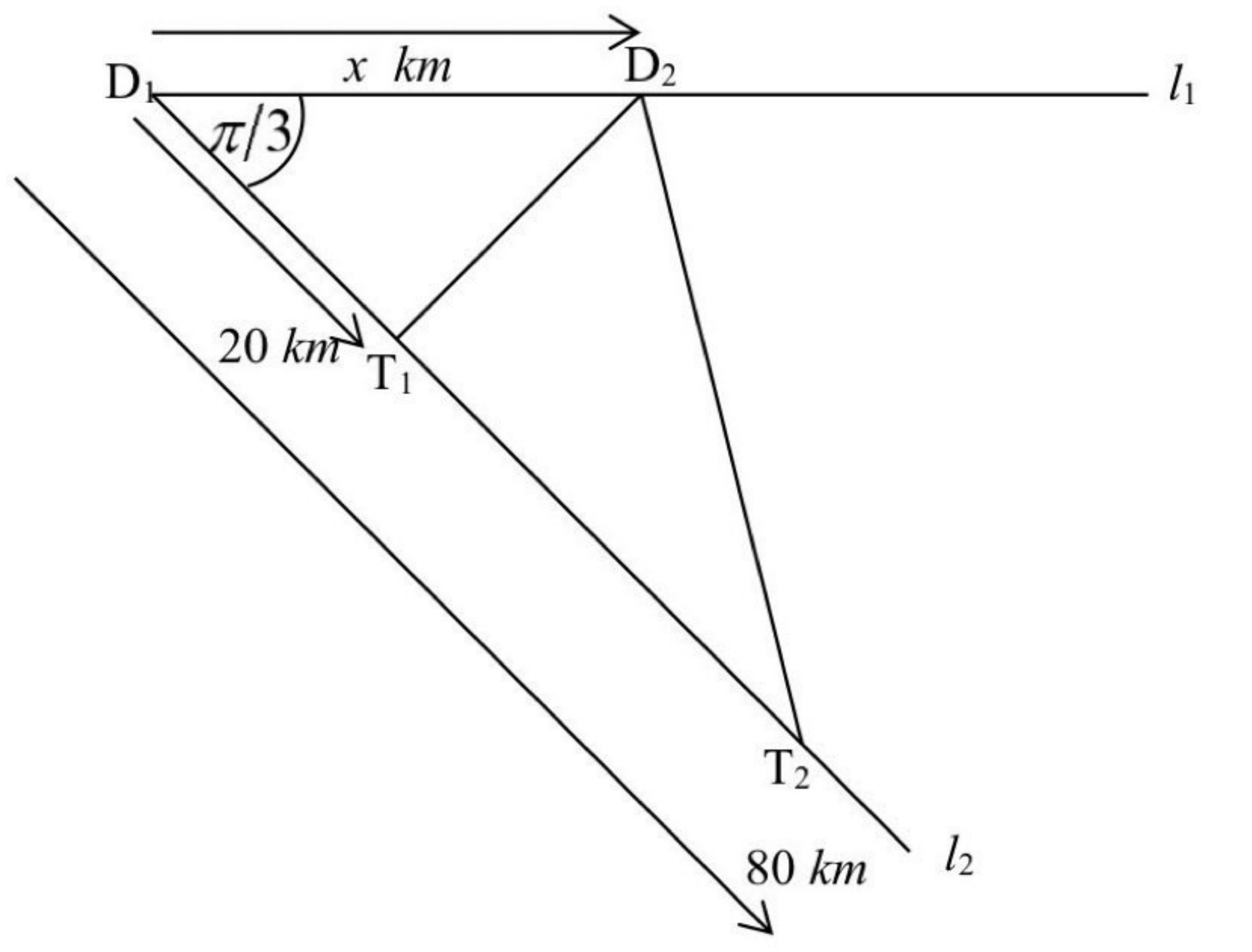
$y = f(x)$ වක්‍රයට $x = 2$ යනු ස්පර්ශෝන්මුඛ රේඛාවක් ද $x = \frac{4}{3}$ දී ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් ද ඇත. p හා q නියත නිර්ණය කරන්න.

$y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ x විෂයයෙන් ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නය වන $f'(x)$, $f'(x) = \frac{4-3x}{(x-2)^3}$, $x \neq 2$ මගින් දෙනු ලබන බව සාධනය කරන්න.

$x-$ අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩ, $y-$ අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය, හැරුම් ලක්ෂ්‍ය හා ස්පර්ශෝන්මුඛ පැහැදිලි ලෙස දක්වමින් $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

x විෂයයන් $y = f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය වන $f''(x) = \frac{6(x-1)}{(x-2)^4}, x \neq 2$ **බව දී ඇත**. එනයින් $y = f(x)$ වක්‍රයෙහි නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සහ ඒවායේ සවභාවය නිර්ණය කරන්න.

(b) රූපයේ l_1 හා l_2 යනු එකිනෙකට $\frac{\pi}{3}$ ආනතව, සමබිමෙහි සරල රේඛීයව ඉදිකර ඇති අධිබලැති විදුලි රැහන් සම්ප්‍රේෂණ මාර්ග 2 කි. D_1 බෙදුම්පලෙන් ඇරඹෙන මෙම මාර්ග දෙකෙන් l_2 මාර්ගය අතරමග D_1 සිට පිළිවෙලින් $20\ km$ හා $80\ km$ දුරින් T_1 හා T_2 බෙදුම් පරිණාමක (Distribution Transformers) පිහිටා ඇත. l_1 සම්ප්‍රේෂණ මාර්ගයේ, D_1 සිට $x\ km$ දුරින් වෙනත් D_2 උප බෙදුම් පොලක් ඉදිකර D_2T_1 හා D_2T_2 ලෙස සරල රේඛීය විදුලි රැහැන් මාර්ග 2 ක් මගින් T_1 හා T_2 වෙත D_2 උප බෙදුම්පොළ සම්බන්ධ කල යුතුව ඇත.



$D_2T_1 = \sqrt{x^2 - 20x + 400}\ km$ හා $D_2T_2 = \sqrt{x^2 - 80x + 6400}\ km$ බව ලබා ගන්න. මෙහි x හි පරාසය සඳහන් කරන්න.

D_2T_1 හා D_2T_2 මුළු විදුලි රැහන්වල දිග අවමයක් වන පරිදි D_2 උපබෙදුම්පල l_1 මත ඉදිකළයුතු ස්ථානයට D_1 සිට දුර කොපමණද?

15. (a) $a > 0$ වූ $a \in \mathbb{R}$ සඳහා, $\int_0^a f(x)\,dx = \int_0^a f(a-x)\,dx$ බව සාධනය කරන්න.

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{Sin\,\theta(Sin^2\,\theta - Cos^2\,\theta)}$ හා $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{Cos\,\theta(Sin^2\,\theta - Cos^2\,\theta)}$ යැයි ගනිමු.

$I = -J$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{Sin\,\theta\,Cos\,\theta(Sin\,\theta - Cos\,\theta)}$ අනුකලය අගයන්න.

(b) $x^2 = (Ax+B)(1+x)^2 + C(1+x^2)(1+x) + D(1+x^2)$ වන පරිදි A, B සහ C නියත නිර්ණය කර, $x^2 = \frac{1}{2}x(1+x)^2 - \frac{1}{2}(1+x^2)(1+x) + \frac{1}{2}(1+x^2)$ බව ලබාගන්න.

එනයින්, $x \neq -1$ සඳහා $\int \frac{x^2}{(1+x^2)(1+x)^2}\,dx = \frac{1}{2}\left[ln\left|\frac{\lambda\sqrt{1+x^2}}{(1+x)}\right| - \frac{1}{(1+x)}\right]$ ලෙසින් දැක්විය හැකි බව සාධනය කරන්න. මෙහි λ යනු තාත්ත්වික නියතයකි.

(c) සුදුසු ආදේශයක් යොදා ගනිමින්, $\int_1^{3^{\frac{1}{4}}} \left(\frac{1}{x^3}\right) tan^{-1}\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$ අනුකලය අගයන්න.

Scanned with CamScanner

16. $A \equiv (2,1)$ ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන, අනුක්‍රමණය m වූ $l = 0$ සරල රේඛාව මත ඕනෑම P ලක්ෂ්‍යයක් $P \equiv [2+t, 1+mt]$ ලෙස පරාමිතිකව දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.
පාදයක දිග ඒකක 4 ක් හා $A \equiv (2,1)$ වූ $ABCD$ වාමාවර්ත ලෙස ගත් රොම්බසය මුළුමනින්ම පළමු වෘත්ත පාදය තුළම පිහිටා ඇති අතර AB පාදය ox අක්ෂයට සමාන්තර වේ. තවද $B\hat{A}D = \frac{\pi}{3}$ වේ.

(i) ඉහත පරාමිතික නිරූපණයම යොදා ගනිමින් රොම්බසයේ B හා D ශීර්ෂවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න. එනයින් C ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක ද ලබාගන්න.

(ii) තවදුරටත් එම පරාමිතික ප්‍රතිඵලයම යොදාගනිමින් AC විකර්ණයේ අනුක්‍රමණය සොයා AC හා BD විකර්ණවල සමීකරණ සොයන්න.

(iii) පිළිවෙලින් AB හා BC පාද, විෂ්කම්භයන් ලෙස පවතින $S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න. S_1 හා S_2 වෘත්ත ප්‍රලම්භ ලෙස ඡේදනය වේද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(iv) රොම්බසයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන AB පාදයට සමාන්තර රේඛාව මත කේන්ද්‍රය පිහිටි S_0 වෘත්තයක් S_1 වෘත්තය ප්‍රලම්භව කපයි.
$S_0 \equiv x^2 + y^2 + 2\lambda x - 2(1+\sqrt{3})y + (2\sqrt{3} - 11 - 8\lambda) = 0,\ (\lambda \in \mathbb{R})$ ලෙස දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න.
S_0 හි අරය ඒකක $\sqrt{35}$ ක් නම් S_0 සඳහා පිහිටීම් 2 ක් පවතින බව පෙන්වා ඒවායේ සමීකරණ ලබාගන්න.

17. (a) $Sin\,A, Sin\,B, Cos\,A$ හා $Cos\,B$ පද ඇසුරින් $Cos(A+B)$ ලියා දක්වන්න.
A හා B සුදුසු පරිදි තෝරාගනිමින්, $Cos(90° + \theta) = -Sin\ \theta$ බව ලබාගන්න.
එමගින්, $Sin\ 110^0 = -Cos\ 200^0$ බව හා $Cos\ 110^0 = -Sin\ 20^0$ බව පෙන්වා $tan\ 110^0 + Cot\ 20^0 = 0$ බව අපෝහනය කරන්න.

(b) $Cos\ 4\theta - Cos\ 2\theta = 8\,Cos^4\theta - 10\,Cos^2\theta + 2$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $Cos\,4\theta = Cos\,2\theta$ සමීකරණය සපුරාලන පරිදි වූ $Cos\,\theta$ හි අගයයන් සොයන්න.

(c) ABC ත්‍රිකෝණයක A හා B ශීර්ෂ වල සිට සම්මුඛ පාද වලට ඇඳි මධ්‍යස්ථයන් පිළිවෙලින් AD හා BE වන අතර ඒවා එකිනෙකට ලම්භකව G හිදී හමුවේ. තවද සුපුරුදු අංකනයෙන් $a = 4\,cm$ සහ $b = 3\,cm$ වේ. සුදුසු පරිදි තෝරා ගත් ත්‍රිකෝණ සඳහා **කෝසයින් නීතිය** යෙදීමෙන්, $A\hat{C}B = Cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(d) $tan^{-1}(x+1) + tan^{-1}(x-2) = tan^{-1}(2)$ සමීකරණය සලකන්න. මෙහි x තෘප්ත කරන සමීකරණයක් ලබාගන්න. එනයින් ඉහත ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික සමීකරණයට ගැලපෙන විසඳුම් ලියන්න.

***

Scanned with CamScanner

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අ
கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்
Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education M

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2022

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය							

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	**ප්‍රශ්න අංකය**	**ලකුණු**
A	**1**	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	**11**	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

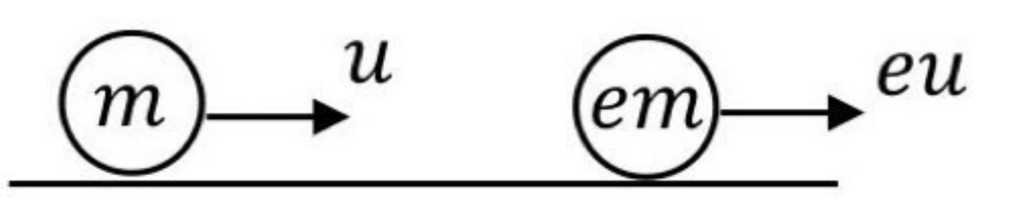
සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න

Scanned with CamScanner

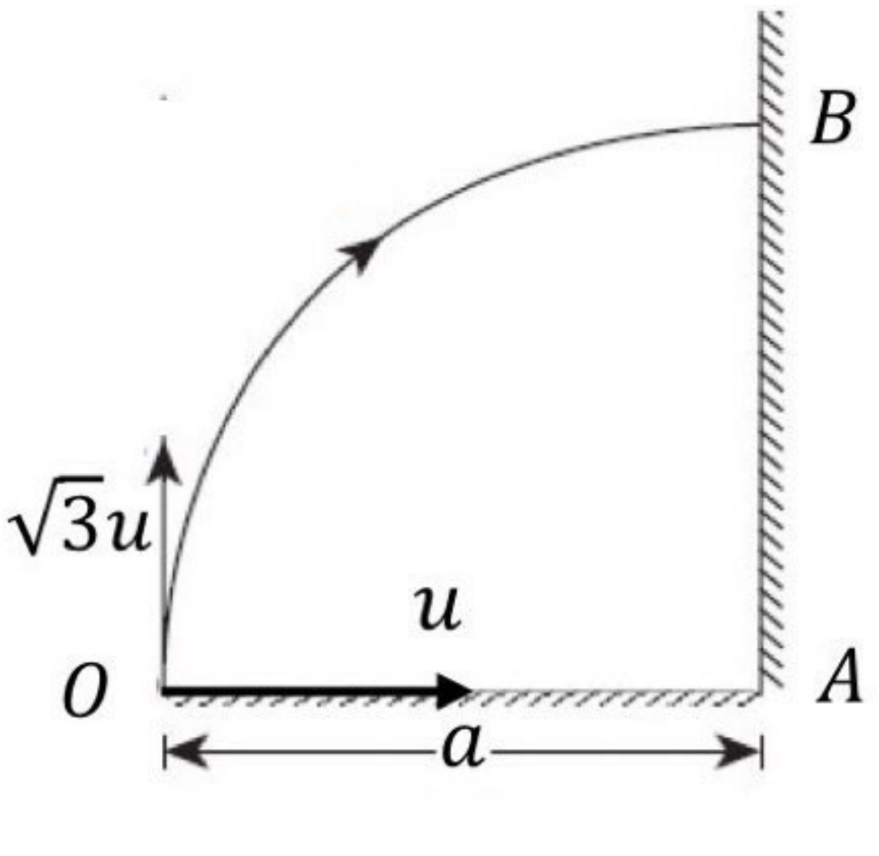
1. A හා B අංශු දෙකක් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e $(0 < e < 1)$ ද ස්කන්ධ පිලිවෙලින් m හා em ද වේ. A හා B අංශු එකම තිරස් සරල රේඛාවක් දිගේ පිලිවෙලින් u හා eu ඒකකාර ප්‍රවේග වලින් එකම දිශාවට රූපයේ දැක්වෙන පරිදි චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු B හි ප්‍රවේගය e ගෙන් ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න. ගැටුම නිසා $\frac{6}{25}mu$ විශාලත්වයකින් යුත් ආවේගයක් ඇති වේ නම් e හි අගයන් සොයන්න.



2. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තිරස් තලයක පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට පිළිවෙලින් u හා $\sqrt{3}u$ තිරස් හා සිරස් ප්‍රවේග සංරචක වලින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව සිය පෙතෙහි උපරිම ලක්ෂ්‍යයට ලගාවන විට O සිට a තිරස් දුරින් පිහිටි සිරස් AB බිත්තියක වූ B ලක්ෂ්‍යයේ වැදී පොලා පනී. සිරස් තලය හා අංශුව අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ නම්,

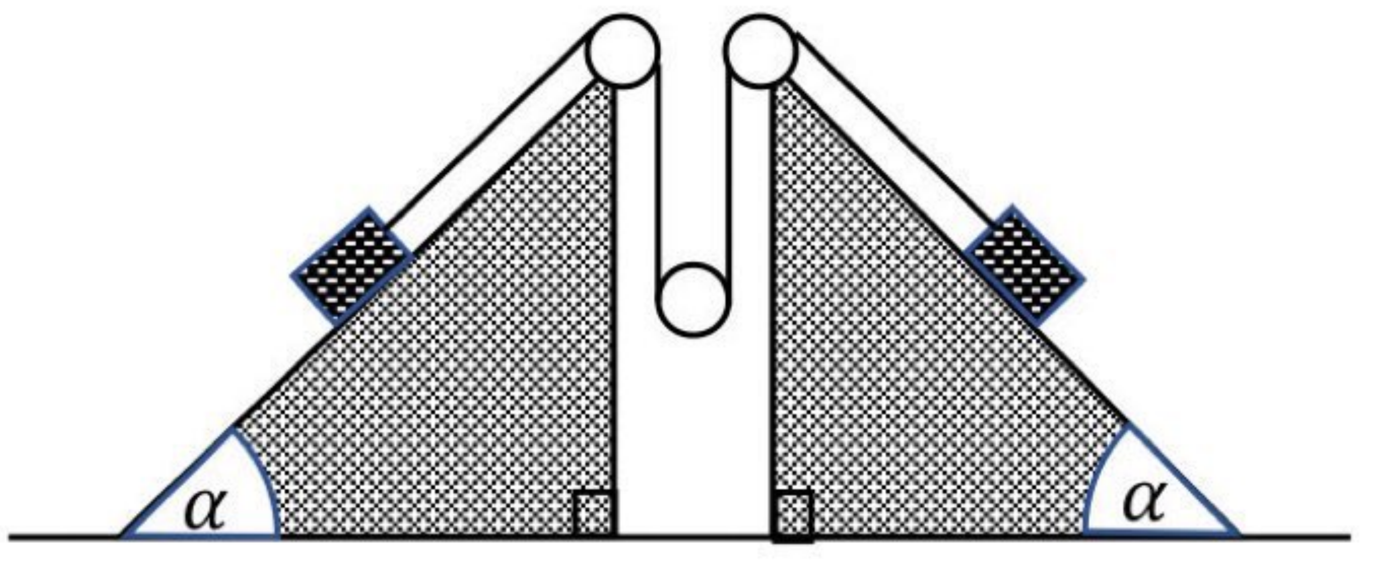
(i) අංශුව නැවත OA තලයේ වැදීමට ආරම්භයේ සිට ගතවන කාලය,

(ii) අංශුව නැවත OA තලය මත පතිත වන ස්ථානයට A සිට දුර ද, සොයන්න.



Scanned with CamScanner

3. රූප සටහනේ දැක්වෙන පරිදි ස්කන්ධයන් m_1 හා m_2 වූ අංශු දෙකක් **අවල,** සුමට කූඤ්ඤ දෙකක් මත තබා ඇත. m_1 අංශුවට ඈඳන ලද ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් අවල සුමට කප්පියක් මතින් යවා ස්කන්ධය M සුචල සුමට කප්පිය යටින් ගමන් කර නැවත අවල කප්පියක් මතින් ගොස් m_2 අංශුවට ඈඳ ඇත. අංශු හා තන්තුව එකම සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුවල ත්වරණත් තන්තුවේ ආතතියත් සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න. කූඤ්ඤ දෙකෙහිම ආනත පෘෂ්ඨ වල ආනතිය α වේ. (නිදහස්ව ඇති තන්තු කොටස් සිරස්ව හෝ කූඤ්ඤ වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා ඔස්සේ හෝ වේ.)



4. ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 2 ක් වූ මෝටර් රථයක් තිරසට $sin^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)$ ආනතියකින් යුත් සෘජු මාර්ගයක් දිගේ $32\ km\ h^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයෙන් ඉහලට ගමන් කරයි. චලිතයට 400 N ක නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. රථයේ ජවය කිලෝවොට් වලින් සොයන්න.

මෙම රථය එම ජවයෙන් සහ එම නියත ප්‍රතිරෝධයෙන්ම සමතලා මාර්ගයක ගමන් කරයි. රථයේ ප්‍රවේගය $32\ km\ h^{-1}$ වන විට එහි ත්වරණය සොයන්න. ($g = 10\ m\ s^{-2}$ යැයි ගන්න)

Scanned with CamScanner

5. දිග a වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙලවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර, අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ඈඳා ඇත. O සමග එකම තිරස් මට්ටමේ $\frac{a}{2}$ තිරස් දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට එම අංශුව නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරේ. තන්තුව තදවී මොහොතකට පසු අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයා, තන්තුව සිරස් වන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීමට සමීකරණයක් ශක්ති සංස්ථිති නියමය ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6. O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ හා $-2y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j}$ වේ. මෙහි $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ යනු OX හා OY අක්ෂ ඔස්සේ ඒකක දෛශික වේ. AB රේඛාව $AC:CB = 1:2$ අනුපාතයට බෙදන C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. OC රේඛාව හා OY අක්ෂය අතර කෝණය $60°$ නම් $x^2 + y^2 + 4xy = 0$ බව පෙන්වන්න.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

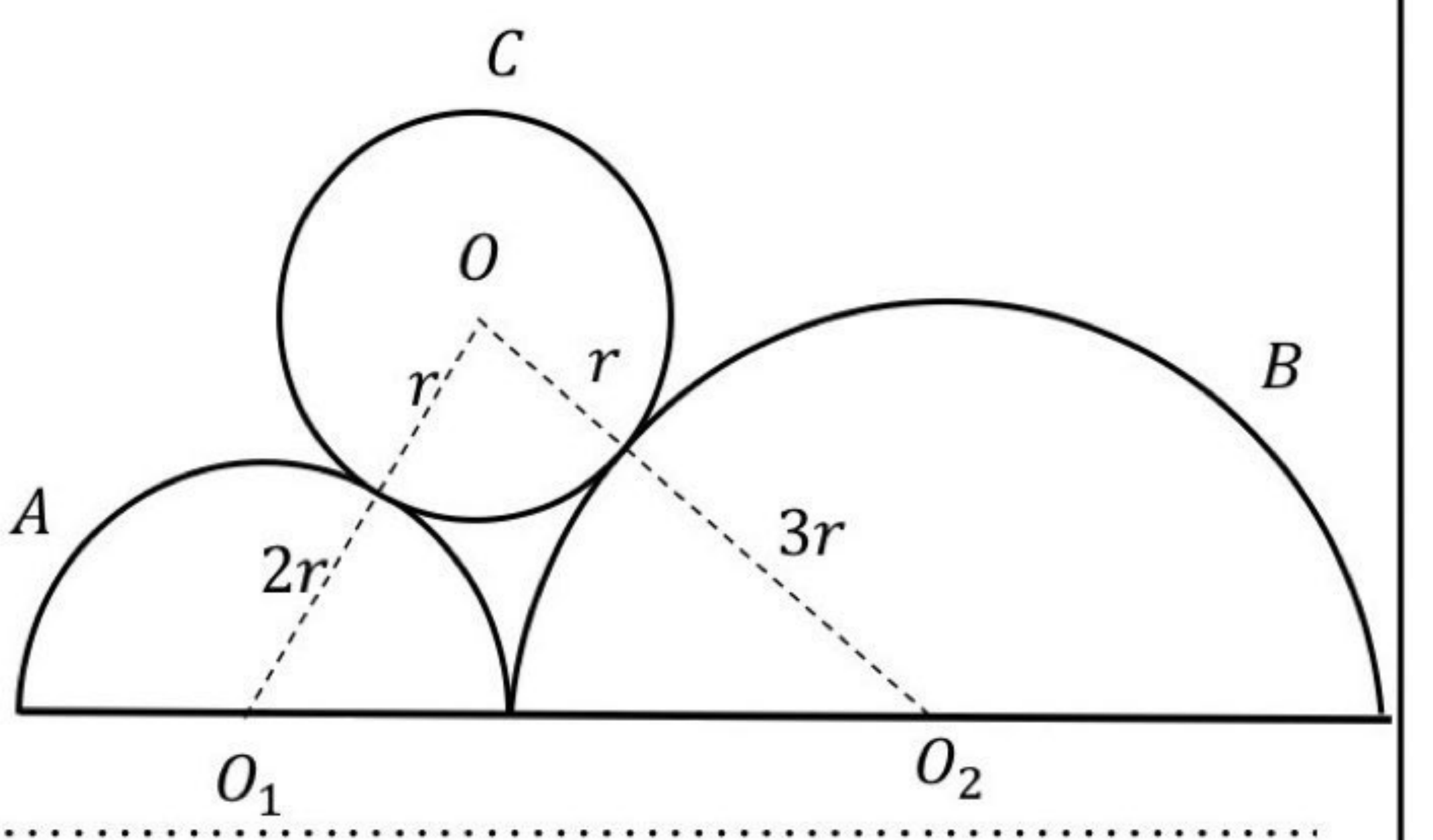
....

....

....

Scanned with CamScanner

7. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි අරයයන් පිළිවෙලින් 2r හා 3r වූ එකිනෙක ස්පර්ශව පවතින A හා B අචල සුමට අර්ධ ගෝල මත අරය r වූ ද ස්කන්ධය m වූ ද සුමට C ගෝලයක් සමතුලිතව තබා ඇත. C ගෝලය මත A හා B අර්ධ ගෝල මගින් ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. O, O_1 හා O_2 කේන්ද්‍ර එකම සිරස් තලයක පිහිටයි.



8. AB දණ්ඩක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය වන G, $AG:GB = 2:1$ අනුපාතයට වේ. එහි A කෙළවර රළු තිරස් තලයක් මත ද B කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක් හා ස්පර්ශ වෙමින් ද දණ්ඩ, බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී. දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය θ ද තලය හා දණ්ඩේ A කෙළවර අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ ද වේ. $tan\theta$ හි අගය μ ඇසුරින් ලබාගන්න.

Scanned with CamScanner

9. A හා B යනු පහත අවස්ථා සපුරාලනු ලබන සිද්ධි දෙකකි.

(i) A පමණක් සිදුවීමේ සම්භාවිතාවය 0.2 වේ.

(ii) B පමණක් සිදුවීමේ සම්භාවිතාවය 0.1 වේ.

(iii) A හෝ B දෙකෙන් එකක් වත් සිදු නොවීමේ සම්භාවිතාවය 0.6 වේ.

$P(A/B) = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

10. සංඛ්‍යා දහයක මධ්‍යන්‍යය $9 \cdot 4$ වේ. k තාත්වික සංඛ්‍යාවක සිට එම සංඛ්‍යාවල අපගමනයන් පහත පරිදි වේ.

d_i: -5, -2, -1, -1, -1, 0, 1, 1, 2, 6

සංඛ්‍යා දහයෙහි මධ්‍යස්ථය හා විචලතාව සොයන්න.

Scanned with CamScanner

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education Ministry of Education Ministry of Education

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2022

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

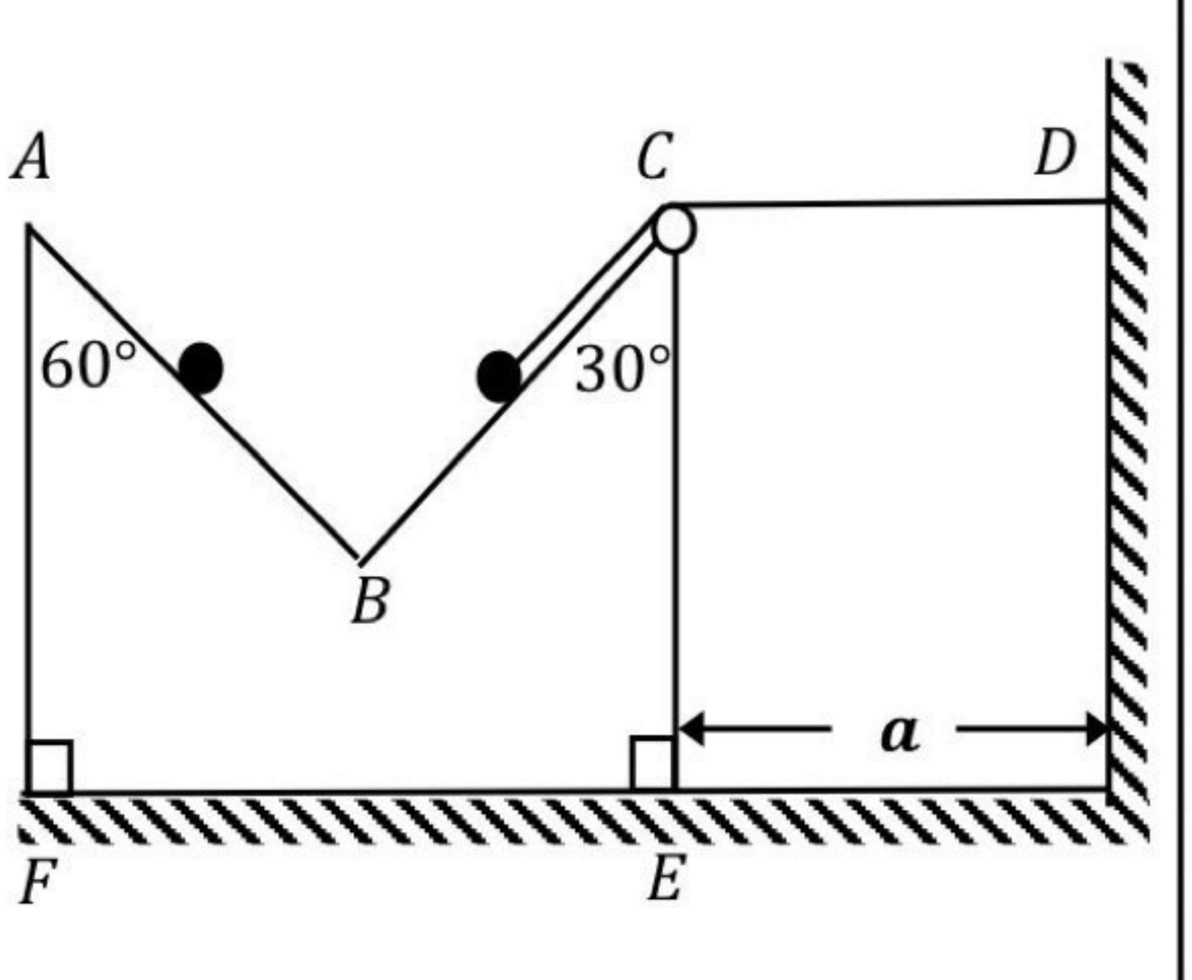
(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (a) A නම් දුම්රිය ස්ථානයක සිට $u\ km\ h^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් චලිතය අරඹන P නම් දුම්රියක්, ඒකාකාර ත්වරණයෙන් පැය බාගයක් ගමන් කර ඉන්පසු තවත් පැයක් $f\ km\ h^{-2}$ ඒකාකාර මන්දනයෙන් ගමන් කර B දුම්රිය ස්ථානයේ දී නිසලතාවයට පැමිණේ. P දුම්රිය, B වෙත ලගාවන මොහොතේ දී ම Q නම් වෙනත් දුම්රියක්, B දුම්රිය ස්ථානයේ සිට A දුම්රිය ස්ථානය දෙසට නිශ්චලතාවයේ සිට චලිතය අරඹයි. Q දුම්රිය පැය බාගයක් P දුම්රියේ ආරම්භක ඒකකාර ත්වරණයෙන්ම ගමන් කර ලබාගත් ප්‍රවේගයෙන්, A දුම්රිය ස්ථානයේ නොනවත්වා ම ධාවනය කරයි. P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක දක්වන්න.

ඒ නයින්, P දුම්රියේ ත්වරණය සොයා Q දුම්රිය සිය චලිතය අරඹා $\frac{f}{f-u}\ h$ කාලයකට පසු එය A දුම්රිය ස්ථානය පසු කරන බව පෙන්වන්න.

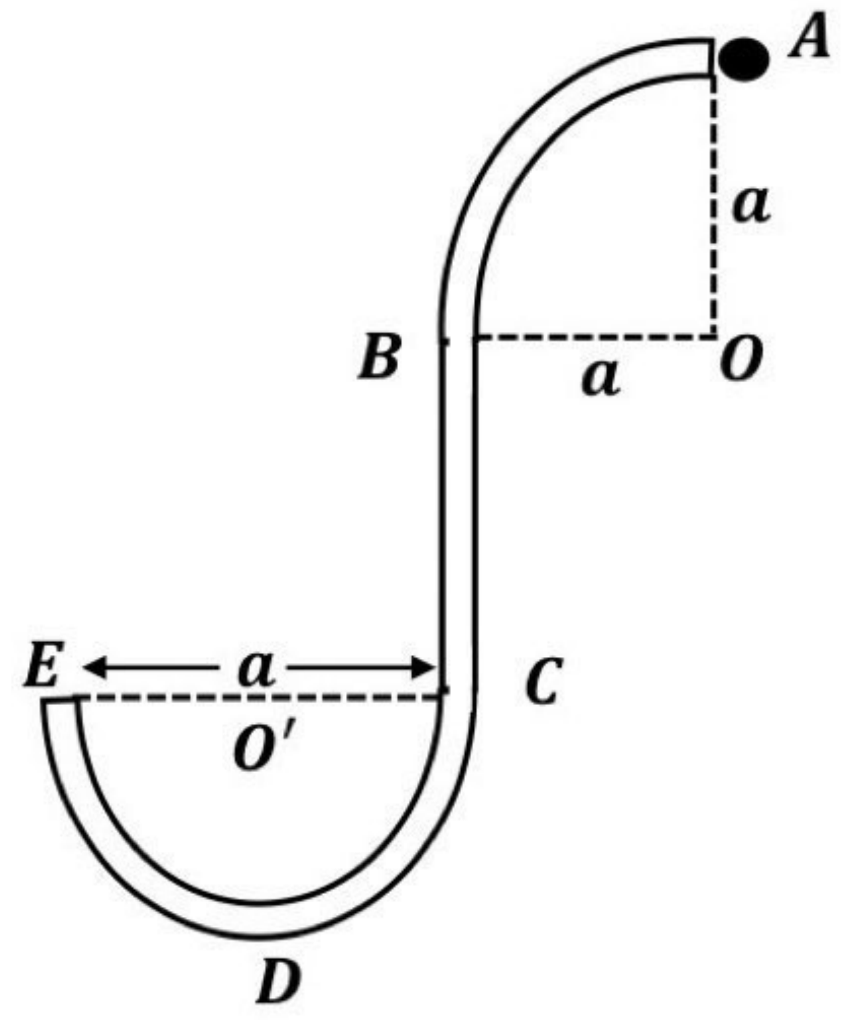
(b) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව $u\ km\ h^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක S ගෙන් $d\ km$ දුරක් බටහිරින් A බෝට්ටුවක් ද $2d\ km$ දුරක් නැගෙනහිරින් B බෝට්ටුවක් ද පිහිටයි. A බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $\frac{3u}{2}\ km\ h^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක S නැව අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරන අතර B බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $2u\ km\ h^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක S නැව අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරයි. A හා B හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ වෙන වෙනම ඇඳීමෙන් මුලින්ම නැව අල්ලා ගන්නේ කුමන බෝට්ටුව දැයි සොයන්න.

12. (a) රූපයේ දැක්වෙන්නේ සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය M වූ සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා වූ, බිත්තියට ලම්බ සිරස් හරස්කඩ වේ. AB හා BC රේඛා ඒවා අඩංගු මුහුණත් වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වේ. D යනු කුඤ්ඤයේ සිට a දුරින් පිහිටි සිරස් බිත්තිය මත, A හා C සමඟ එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍යය වේ. මෙහි $F\hat{A}B = \frac{\pi}{3}$, $F\hat{A}B = \frac{\pi}{6}$ සහ $A\hat{F}E = C\hat{E}F = \frac{\pi}{2}$ වේ. C හි පිහිටි අචල සුමට කප්පිය මතින් යන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය $2m$ වූ අංශුවකට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර D ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා ඇත. ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක් AB මුහුණත මත අල්වා තබා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. එක් අංශුවක් හෝ B වෙත ළඟාවීමට ප්‍රථම කුඤ්ඤය බිත්තිය වෙත ළඟාවේ නම්, කුඤ්ඤය බිත්තිය වෙත ළඟාවීමට ගතවන කාලය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



Scanned with CamScanner

(b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $ABCDE$ සුමට තුනී නලයක් සිරස් තලයක සවි කර ඇත. AB කොටස කේන්ද්‍රය O වූ ද අරය a වූ ද වෘත්තයක $A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$ පරිදි වූ වෘත චාපයකි. BC යනු දිග a වූ සිරස් කොටසක් වේ. CDE යනු විශ්කම්භය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසකි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A හි තබා සීරුවෙන් නලය තුලට මුදහරී.



(i) A සිට B දක්වා P හි චලිතයේ දී OA සමග θ $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් OP සාදන විට, එහි වේගය v නම් $v^2 = 2ga(1 - cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) P මත නලය මගින් ඇතිකෙරෙන අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව R නම්, R සොයන්න. තවද θ හි අගය $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ දී R හි දිශාව ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බව පෙන්වන්න.

(iii) E හිදී ප්‍රවේගය සොයා අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $8mg$ වන බව පෙන්වන්න.

13. A, B, C, D, E හා F යනු සුමට තිරස් මේසයක් මත $AB = BC = CD = DE = l$ හා $EF = 2l$ වන පරිදි සරල රේඛීයව පිහිටි ලක්ෂ්‍ය හයකි. දිග $4l$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් A හා F ලක්ෂ්‍ය සම්බන්ධ කර, මේසය මත චලනය විය හැකි ස්කන්ධය m වූ P සුමට අංශුවක් D හිදී තන්තුවට සවිකර ඇත. අංශුව B වෙත ඇද නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුව t කාලයකදී A සිට E දෙසට x, $(l \leq x \leq 2l)$ දුරක් විස්ථාපනය වේ නම් අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \frac{\lambda}{2ml}(x - 4l) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය වේ.

(i) $X = x - 4l$ ලෙස ගැනීමෙන් $\ddot{X} + \frac{\lambda}{2ml}X = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත සමීකරණයේ විසදුම් $X = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින් α, β හා ω නියතවල අගයයන් සොයන්න.

ඒ නයින්, අංශුව $\sqrt{\frac{2lm}{\lambda}} \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ කාලයකට පසු $\sqrt{\frac{5\lambda l}{2m}}$ ප්‍රවේගයෙන් C ලක්ෂ්‍යය පසු කරන බව පෙන්වන්න.

(ii) $2l \leq x \leq 4l$ සදහා Y සුදුසු ලෙස තෝරාගැනීමෙන්, අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{Y} + \frac{\lambda}{ml}Y = 0$ යන්නෙන් දෙනු ලබනු බව පෙන්වන්න.

ඉහත සමීකරණයේ විසදුම් $Y = \alpha'\cos(\omega'(t - t_0)) + \beta'\sin(\omega'(t - t_0))$ ආකාරයෙන් පවතී යැයි උපකල්පනය කරමින් α', β' හා ω' නියත වල අගයයන් සොයන්න. මෙහි $t_0 = \sqrt{\frac{2lm}{\lambda}} \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ වේ.

(iii) ආරම්භයේ සිට P අංශුව E ලක්ෂ්‍යය වෙත පළමු වරට පැමිණීමට ගතවන කාලය $2\sqrt{\frac{l}{m}} \left\{\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ බව පෙන්වන්න.

Scanned with CamScanner

14. (*a*) O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් P හා Q ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{\mathbf{p}}$ හා $\underline{\mathbf{q}}$ වේ. L යනු $OL:LP = 3:4$ වන පරිදි OP මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් ද N යනු $ON:NQ = 5:2$ වන පරිදි OQ මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් ද වේ. PN සහ QL රේඛා වල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය M නම් $\overrightarrow{OM} = \underline{\mathbf{q}} + \lambda\left(3\underline{\mathbf{p}} - 7\underline{\mathbf{q}}\right)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු අදිශයකි.

$\overrightarrow{OM}$ සඳහා තවත් ප්‍රකාශනයක් ලබා ගැනීමෙන් M ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{\mathbf{p}}$ හා $\underline{\mathbf{q}}$ ඇසුරින් සොයන්න.

(*b*) XY තලයේ O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් ක්‍රියාකරන බල තුනකින් සමන්විත ඒකතල බල පද්ධතියක් පහත දැක්වේ.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$3a\,\boldsymbol{i} + 2a\,\boldsymbol{j}$	$4P\,\boldsymbol{i} + 3P\,\boldsymbol{j}$
B	$-a\,\boldsymbol{i}$	$-P\,\boldsymbol{i} + 4P\,\boldsymbol{j}$
C	$-a\,\boldsymbol{j}$	$5P\,\boldsymbol{i} - P\,\boldsymbol{j}$

මෙහි $\boldsymbol{i}$ හා $\boldsymbol{j}$ යනු සුපුරුදු අංකනයෙන් පිළිවෙලින් OX හා OY අක්ෂ ඔස්සේ ඒකක දෛශික ද P හා a යනු පිළිවෙලින් නිව්ටන් හා මීටර් වලින් මනින ලද ධන රාශි ද වේ.

පද්ධතිය විශාලත්වය $10P$ N තනි බලයකට ඌණනය වන බව පෙන්වා එම තනි බලයේ දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

එම තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $4y = 3x + 6a$ බවට පත් කිරීම සඳහා පද්ධතියට එක් කළ යුතු යුග්මයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් සොයන්න.

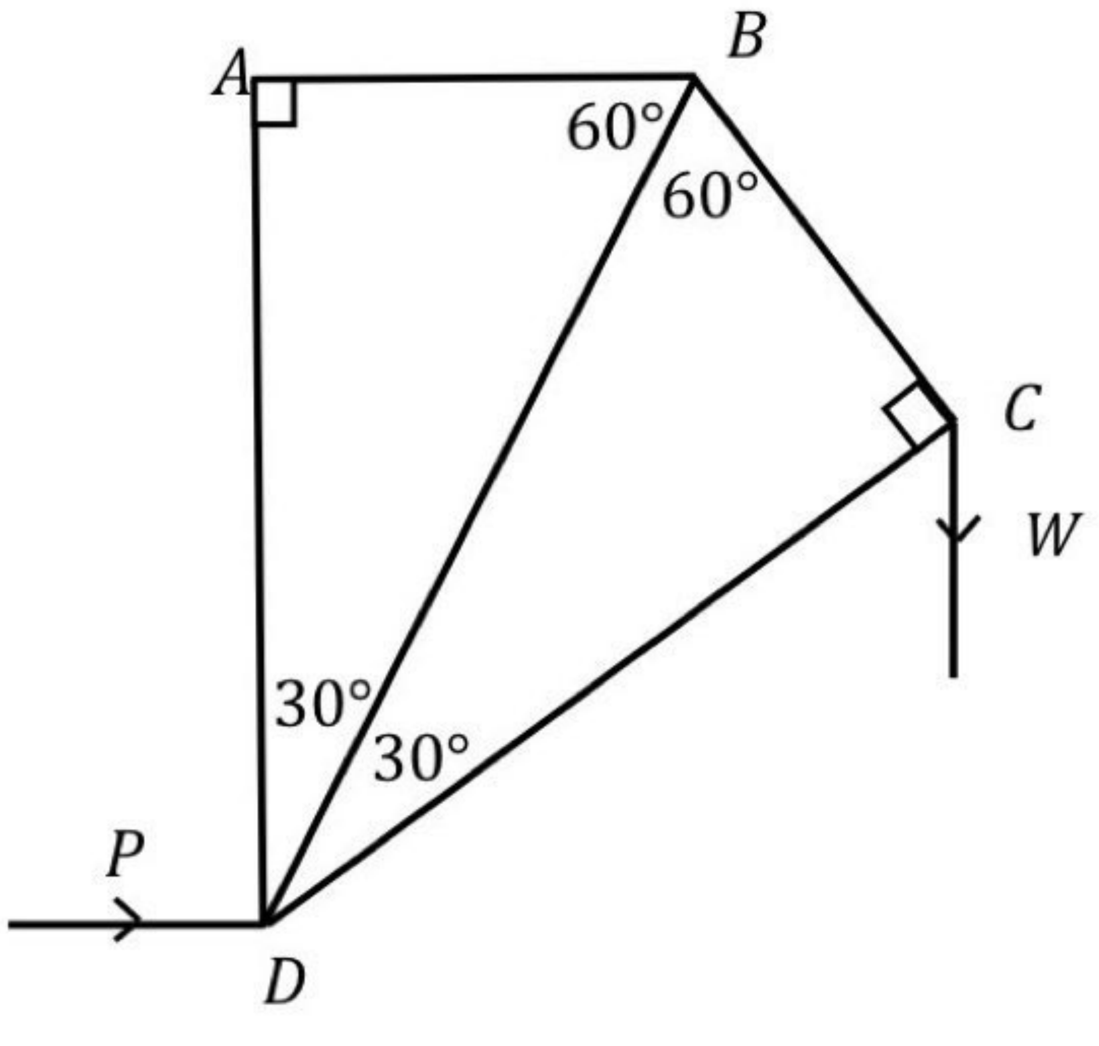
15. (*a*) AB, BC හා AC ඒකාකාර දඬු තුනක් ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සෑදෙන පරිදි ඒවායේ අග්‍ර වලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා BC දඬු වල බර W බැගින් වන අතර AC හි බර $2W$ වේ. රාමු සැකිල්ල A සන්ධියෙන් නිදහස් ලෙස එල්ලා ඇත. AC දණ්ඩ සිරසට දරණ ආනතිය θ වේ. $tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$ බව පෙන්වන්න.

θ ඇසුරෙන් B සන්ධියේ දී AB මත ප්‍රතික්‍රියාව සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

(*b*) AB, BC, CD, DA හා BD සැහැල්ලු දඬු පහක් ඒවායේ කෙළවරවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර රූපයේ දැක්වෙන පරිදි වූ රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත. මෙහි $AB = BC, AD = CD$, $A\hat{D}B = C\hat{D}B = 30°$ හා $A\hat{B}D = C\hat{B}D = 60°$ වේ. රාමු සැකිල්ල A හිදී සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර C හිදී W භාරයක් එල්ලා ඇත. D හිදී යොදන ලද P තිරස් බලයක් මගින් AB තිරස්ව හා AD සිරස්ව රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ පවතී. **බෝ අංකනය** භාවිතයෙන් C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, එමගින්,

(i) දඬු වල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් වෙන් කර දක්වන්න.

(ii) P බලයේ විශාලත්වයත් A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න.

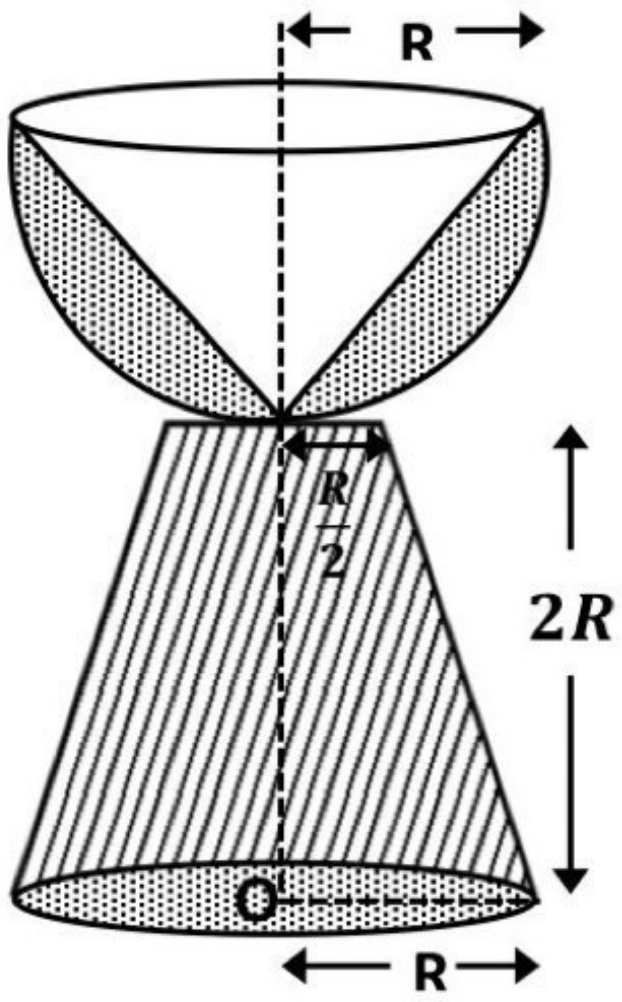


Scanned with CamScanner

16.

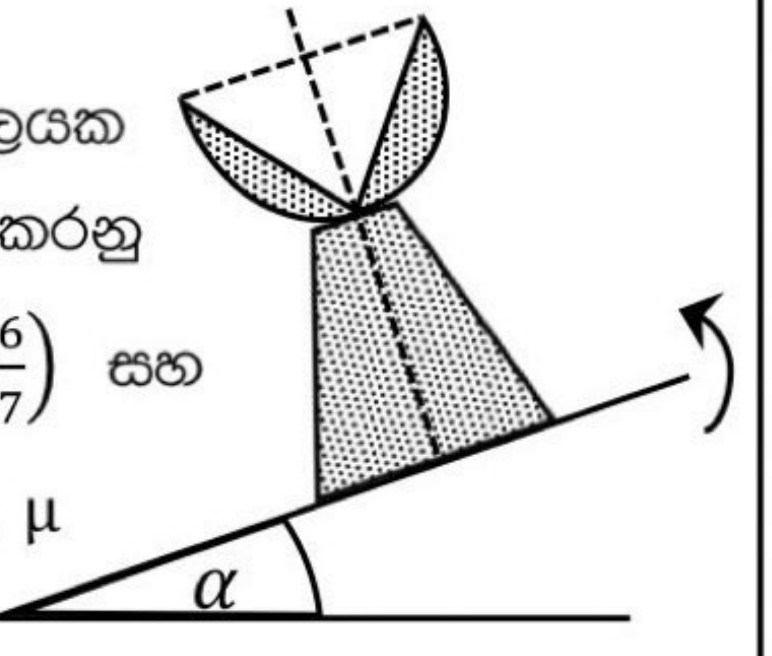
(i) අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි තල ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් ද

(ii) උස h වූ ඒකාකාර සෘජු වෘත්තාකාර ඝන කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට සමමිතික අක්ෂය ඔස්සේ $\frac{1}{4}h$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, උඩත් හා යටත් වෘත්තාකාර ගැට්වල අරයන් පිළිවෙළින් $\frac{R}{2}$ හා R වූ ද උස $2R$ වූ ද ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතු ඡින්නකයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර කොන්ක්‍රීට් කුට්ටියක් සහ අරය R වූ ඝන අර්ධ ගෝලාකාර කබොලක් ඒවායේ අක්ෂ සිරස්ව සහ සමපාත වන පරිදි දෘඩව සවිකිරීමෙන් මල් පෝච්චියක් සාදා ඇත. මෙම අර්ධ ගෝලාකාර කබොල නිමවා ඇත්තේ අරය R වූ ඝන අර්ධ ගෝලයකින්, අරය R සහ උස R බැගින් වූ සෘජු වෘත්තාකාර ඝන කේතුක කොටසක් හාරා ඉවත් කිරීමෙනි. ඡින්නකය හා අර්ධ ගෝලාකාර කබොල ඒකක පරිමාවක ස්කන්ධය σ වූ එකම ද්‍රව්‍යයෙන් නිමවා ඇත.

මල් පෝච්චියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට $\frac{7R}{6}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



යාබද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි මල් පෝච්චියේ පහල වෘත්තාකාර මුහුණත ආනත රළු තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාව ස්පර්ෂ වන පරිදි තබා ඇත. දැන්, තලය සෙමෙන් උඩු අතට ඇල කරනු ලැබේ. මල් පෝච්චිය ආනත තලය මත සමතුලිතව පැවතීමට නම් $\alpha < \tan^{-1}\left(\frac{6}{7}\right)$ සහ $\mu \geq \tan\alpha$ විය යුතු බව පෙන්වන්න. මෙහි α යනු ආනත තලයේ තිරසට ආනතිය ද μ යනු මල් පෝච්චිය හා ආනත තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය ද වේ.

17. (a) නිෂ්පාදන ආයතනයක ඇති A, B හා C ලෙස තත්වයෙන් ශ්‍රේණිගත කර ඇති පෙනුමෙන් සමාන විදුලි බුබුලු සහිත පෙට්ටි 1: 2: 2 අනුපාතයට ඇත. මෙම ශ්‍රේණි තුනෙහිම දෝෂ සහිත සහ දෝෂ රහිත ලෙස විදුලි බුබුලු වර්ග දෙකක් හමුවේ.

A, B හා C ශ්‍රේණිවල දෝෂ සහිත විදුලි බුබුලු හමුවීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් 0.00, 0.10, හා 0.20 වේ. අහඹු ලෙස තෝරාගත් පෙට්ටියකින් බල්බ දෙකක් අහඹු ලෙස තෝරා ගෙන පරීක්ෂා කරනු ලැබේ.

(i) තෝරා ගත් බල්බ දෙකම දෝෂ රහිත විදුලි බුබුලු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) තවද පරීක්ෂාවට භාජනය කල විදුලි බුබුලු දෙකම දෝෂ රහිත විදුලි බුබුලු නම්, එය B ශ්‍රේණියේ පෙට්ටියකින් ගත් බල්බයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) එක්තරා පරීක්ෂණයකට පෙනී සිටි සිසුන් 70 දෙනෙකු ලබාගන්නා ලද ලකුණු වල සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක පන්ති ලකුණු සහ එක් එක් පන්ති ලකුණට අදල සංඛ්‍යාත පහත වගුවේ දැක්වේ. සමත් වීමේ ලකුණ 35 වේ.

පන්ති ලකුණ	සංඛ්‍යාතය
35	05
45	10
55	15
65	30
75	05
85	05

$y_i = \frac{1}{10}(x_i - 55)$ යන පරිණාමනය භාවිතයෙන් මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාවය නිමානය කරන්න.

මෙම පරීක්ෂණයට පෙනී සිටි මුලු සිසුන් ගණන 100 ක් වන අතර මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් **48** හා **21.5** ලෙස දී ඇත. අසමත් සිසුන් 30 දෙනාගේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

***

Scanned with CamScanner

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2022

10 - සංයුක්ත ගණිතය I

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

Scanned with CamScanner

සංයුක්ත ගණිතය I

A කොටස

(1) $\sum_{r=1}^{n} 6r(r-1) = 2n(n^2-1)$ බව

$n = 1$ විට $\text{L.H.S.} = \sum_{r=1}^{1} 6r(r-1) = 6.1(1-1) = 0$

$\text{R.H.S.} = 2(1)(1^2-1) = 0$

$n = 1$ සඳහා ප්‍රත්ඵලය සත්‍ය වේ. ———————— (5)

$n = p$, $(p \in \mathbb{Z}^+)$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍යයැයි උපකල්පනයෙන්,

$\sum_{r=1}^{p} 6r(r-1) = 2p(p^2-1)$ ------------------(1) ———————— (5)

$n = p + 1$ සඳහා සාධනය

මේ සඳහා (1)හි දෙපසටම මෙම ශ්‍රේණියේ $(p+1)$ වන පදය ,

$T_{p+1} = 6(p+1)(p+1-1) = 6p(p+1)$ එකතු කරමු.

එවිට

$(1) \Rightarrow \sum_{r=1}^{p} 6r(r-1) + T_{p+1} = 2p(p^2-1) + T_{p+1}$

$= 2p(p^2-1) + 6p(p+1)$ ———————— (5)

$= 2p(p+1)(p-1) + 6p(p+1)$

$= 2((p+1)[p(p-1)+3p]$

$= 2((p+1)[p^2+2p]$

$= 2((p+1)[(p+1)^2-1]$ ———————— (5)

$\therefore n = p$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම් එවිට සඳහාද ප්‍රත්ඵලය සත්‍ය වන බව සාධනය වේ.

තවද $n = 1$ සඳහාද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය විය.

$\therefore$ ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මයට අනුව සියලු ධන නිඛිල n සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. ———————— (5)

---

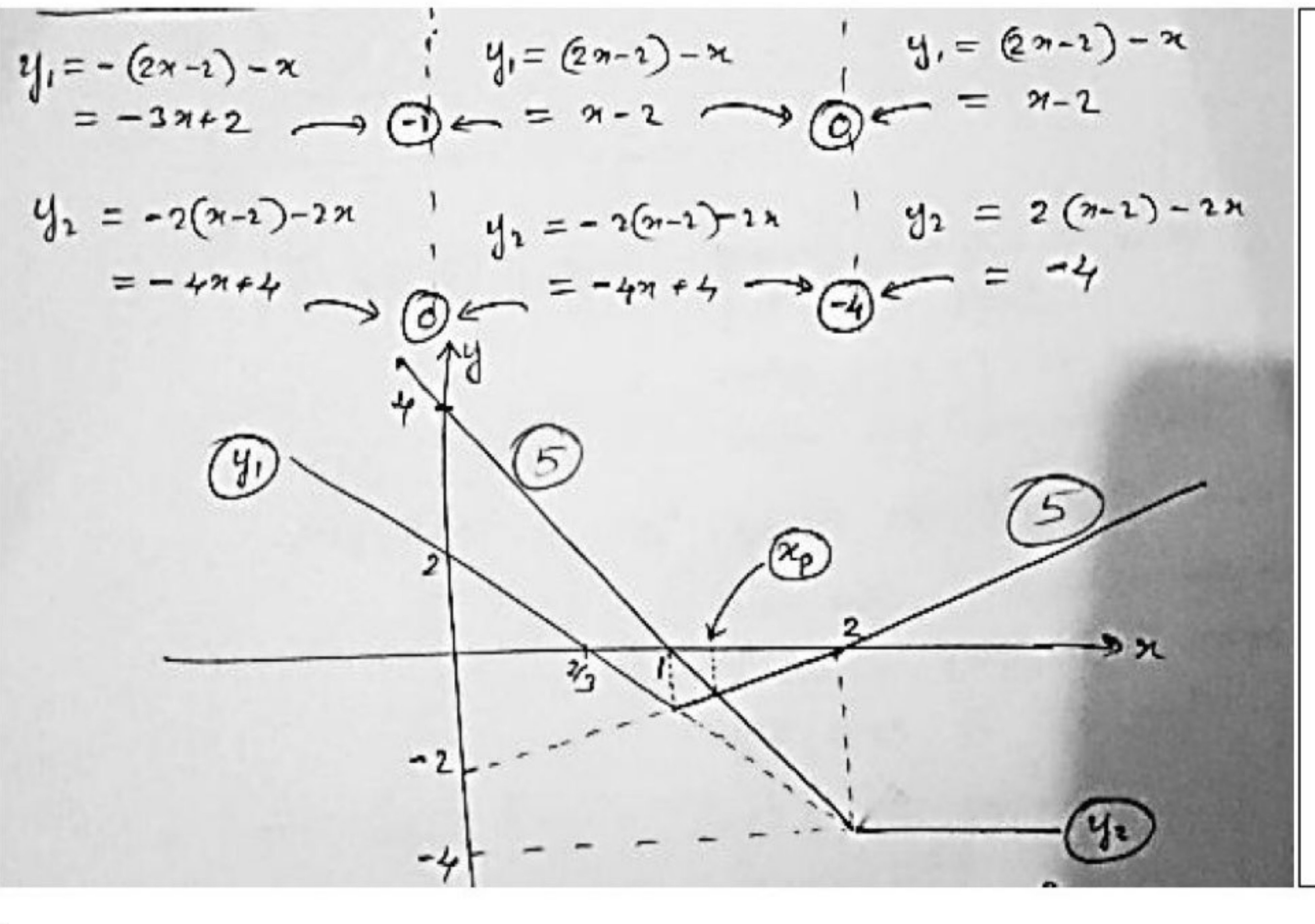
(2) $y = |2x-2| - x$ හා $y = 2|x-2| - 2x$

$|2x-2| \geq 0 \Rightarrow |2x-2| = 2x-2 \rightarrow x \geq 1$ විට

$|2x-2| < 0 \Rightarrow |2x-2| = -(2x-2) \rightarrow x < 1$ විට

$x-2 \geq 0 \Rightarrow |x-2| = x-2 \rightarrow x \geq 2$ විට

$x-2 < 0 \Rightarrow |x-2| = -(x-2) \rightarrow x < 2$ විට



x_P

$x - 2 = -4x + 4$

$x = \dfrac{4}{5}$

$y_1 = |2x-2| - x$ හා $y_2 = 2|x-2| - 2x$

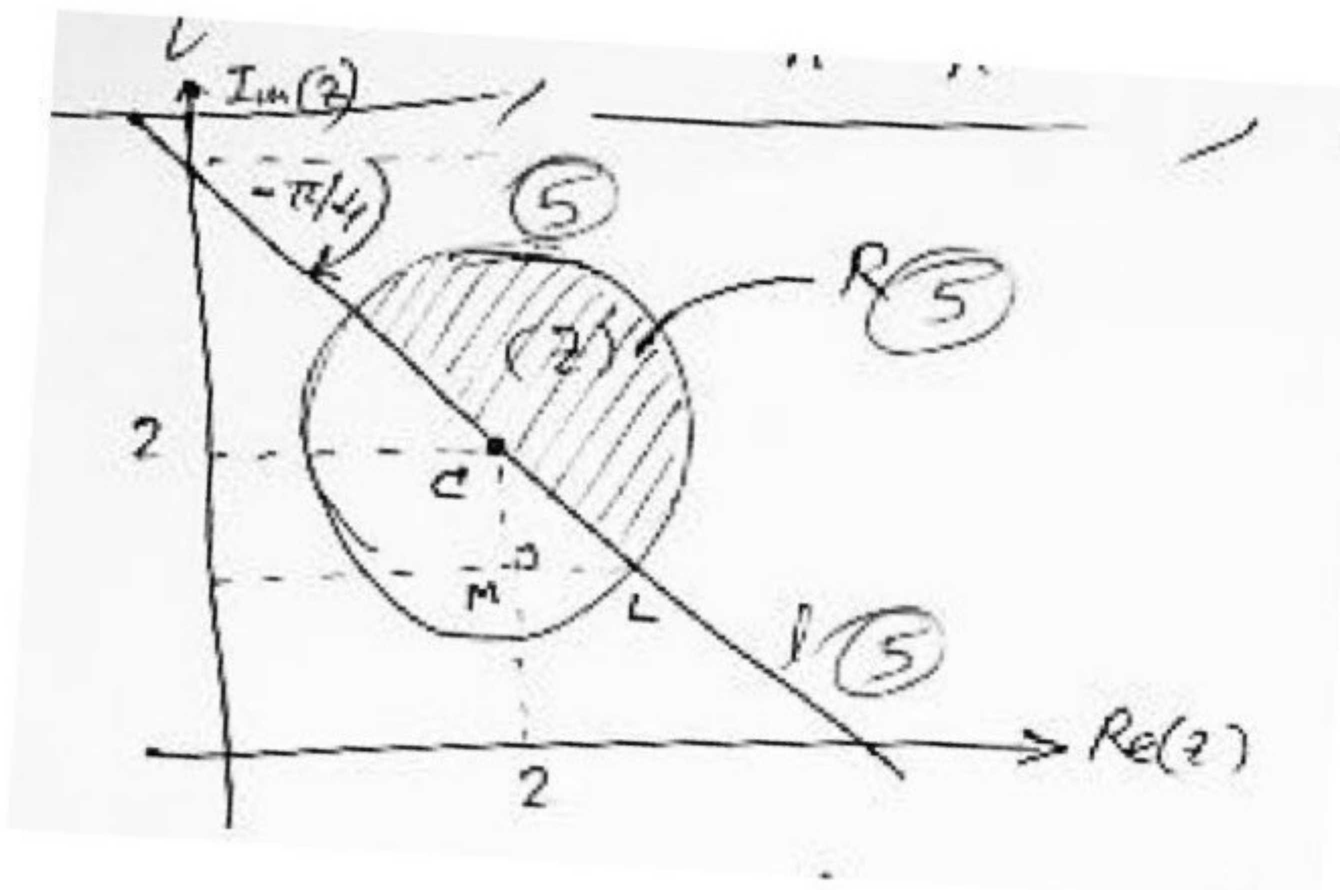
$y_2 > y_1 \longrightarrow 2|x-2| - 2x > |2x-2| - x$

$|2x-4| - |2x-2| > x$

$x < \dfrac{4}{5}$

Scanned with CamScanner

(3)



$|\mathbb{Z} - 2 - 2i| \le 1$ අවශ්‍යතාව සපුරාලන $\mathbb{Z}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා අයත් පෙදෙස වනුයේ , කේන්ද්‍රය $\equiv$ $(2,2)$ හා අරය $= 1$වූ වෘත්තය තුළ ප්‍රදේශයයි.

$Arg(z-4i) \ge -\frac{\pi}{4}$ අවශ්‍යතාව සපුරාලිය යුතු විට ඉහත වෘත්තය තුළ, එහි කේන්ද්‍රය හරහා යන l රේඛාවට ඉහළින් පිහිටි අඳුරු කර ඇති පෙදෙස R විය යුතුයි.

Rපෙදෙස තුළ පිහිටමින් Im(z) අවම වනුයේ L *ලක්ෂයේදීය* ——— (5)

$\therefore \text{Im}(Z)$ අවම = $\therefore \text{Im}(Z_L)$

$= 2 - CM$

$= 2 - 2Cos\frac{\pi}{4}$

$= 2 - \frac{2}{\sqrt{2}}$ ——— (5)

---

(4) $(\sqrt{3} + 11^{1/5})^{10}$ ප්‍රසාරණයේ $(r+1)$ වන පදය,

$T_{(r+1)} = {}^{10}_{r}c(\sqrt{3})^{10-r}(11^{1/5})^{r}$ ——— (5)

$= {}^{10}_{r}c.\, 3^{(5-r/2)}11^{r/5}$ ——— (5)

මෙහි $r = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ වේ.

මෙම පද 11 අතුරින් (පරිමේය පද ලැබෙනුයේ) පදයක් සඳහා පරිමේය අගයක් ලැබෙනුයේ

$r = 0 \rightarrow T_1 = {}^{10}_{0}c3^5$ ——— (5)

$r = 10 \rightarrow T_{11} = {}^{10}_{10}c11^2$ ——— (5) යන පද 2 පමණි

$\therefore$ ඒවායේ එකතුව

$T_1 + T_{11} = {}^{10}_{0}c3^5 + {}^{10}_{10}c11^2$

$= 243 + 121$ ——— (5)

$= 364$

Scanned with CamScanner

(5) $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\left[\frac{12-12\cos(2x-\pi/_3)}{(6x-\pi)^2}\right]$

$= 12\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\left[\frac{1-\cos 2(x-\pi/_6)}{36(x-\pi/_6)^2}\right]$ ——— (5)

$= \frac{1}{3}\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\left[\frac{1-[1-2Sin^2(x-\pi/_6)]}{(x-\pi/_6)^2}\right]$ ——— (5)

$= \frac{2}{3}\lim_{x\to\frac{\pi}{6}}\left[\frac{Sin^2(x-\pi/_6)}{(x-\pi/_6)^2}\right]$ ——— (5)

$= \frac{2}{3}\lim_{x-\frac{\pi}{6}\to 0}\left[\frac{Sin(x-\pi/_6)}{(x-\pi/_6)}\right].\lim_{x-\frac{\pi}{6}\to 0}\left[\frac{Sin(x-\pi/_6)}{(x-\pi/_6)}\right].$

$= \frac{2}{3}.1.1$

$= \frac{2}{3}$ (5)

හෝ

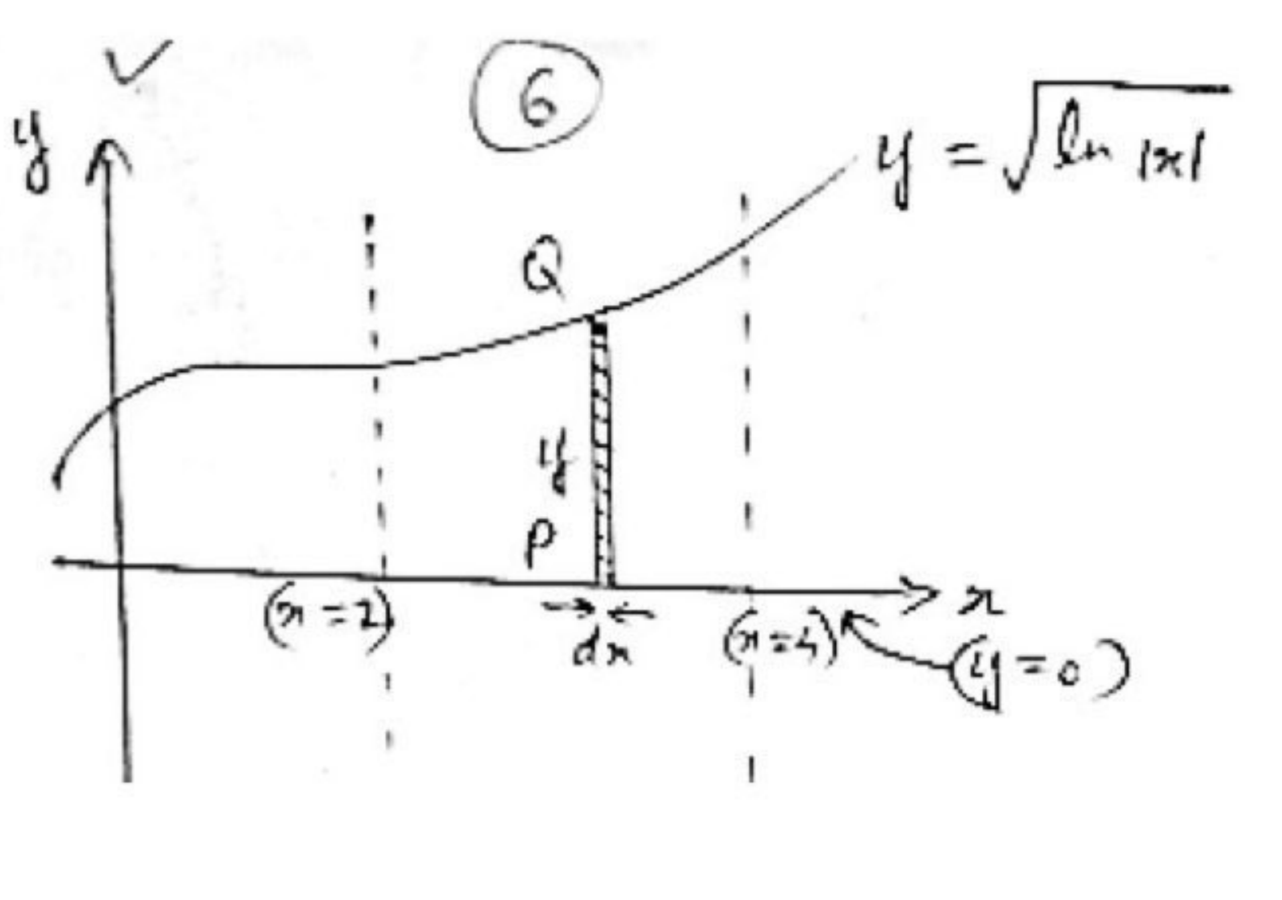
$= \frac{2}{3}\lim_{x-\frac{\pi}{6}\to 0}\left[\frac{Sin(x-\pi/_6)}{(x-\pi/_6)}\right]^2.$

$= \frac{2}{3}.(1)^2$

$= \frac{2}{3}$ ——— (5)

---

(06)



අංශුමාත්‍රිය PQ තීරය x අක්ෂය වටා $2\bar{a}$ මගින් භමණයෙන් ජනිත අංශුමාත්‍රිය (තැටිය) සිලින්ඩරයේ පරිමාව

$\delta v = (\pi r^2 h)$

$\quad = \pi y^2 dx$

$\therefore x = 2$ සිට $x = 4$ දක්වා වූ මුලු පෙදෙස (y වක්‍රය යට වර්ගඵලය) x අක්ෂය වටා 2π මගින් භ්‍රමණයෙන් ජනිත පරිමාව

Scanned with CamScanner

$v = \int_2^4 \delta v$

$= \int_2^4 \pi\, y^2 dx$

$= \pi \int_2^4 ln|x| dx$ ——————— (5)

$= \pi \int_2^4 \left[ln[x]. \frac{d(x)}{d(x)}\right] d(x)$

$= \pi \left\{ [xln|x|]_2^4 - \int_2^4 x\,.\frac{1}{x}\, dx \right\}$ ——————— (5) + (5)

$= \pi\{[4\, ln(4) - 2ln(2)] - [x]_2^4\}$ ——————— (5)

$= \pi\{4\, ln(4) - 2ln(2) - (4-2)\}$

$= 2\,\pi\,[2\, ln(4) - ln(2) - 1]$

$= 2\,\pi[ln(16) - ln(2) - 1]$ ——————— (5)

$= 2\,\pi\, ln(2^3)$

$= 6\pi ln(2)$

---

(07)

$x = 3, Sec\,\theta$ හා $y = 6\; tan\theta$ බණ්ඩාංක මගින්

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = \frac{(3Sa\theta)^2}{9} - \frac{(6\, tan\theta)^2}{36}$

$= Sec^2\theta - tan^2\theta$

$= 1 + tan^2\theta - tan^2\theta$ ——————— (5)

$\Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$ බහුවලය මත පරාමිතිය θ වන ලක්ෂ්‍යයේ

$P \equiv [3\, Sec\theta\, ; 6\, ta\theta]$ ලෙසින් දැක්විය හැක

$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$, x විෂයයෙන් අවකලනයෙන්

$\frac{2x}{9} - \frac{2y}{36}\frac{dy}{dx} = 0$ ——————— (5)

$\frac{dy}{dx} = \frac{4x}{y} = \frac{4.3\, Sec\theta}{6\, tan\theta} = \frac{2}{Sec\,\theta}$

$\therefore \left(\frac{dy}{dx}\right)_{\theta=\frac{\pi}{6}} = \frac{2}{Sin\frac{\pi}{6}} = \frac{2}{1/2} = 4$ ——————— (5)

$\therefore \theta = \frac{\pi}{6}$ වන ලක්ෂ්‍යයේ දී බහුවලයට ඇඳි අභිලම්භයේ අනුක්‍රමණය $= \frac{1}{4}$ වේ. $\because m_1 m_2 = -1$

තවද $\therefore \theta = \frac{\pi}{6} \rightarrow P(\theta) \equiv [3sec\frac{\pi}{6}\, ; 6\, tan\frac{\pi}{6}]$

$\equiv (2\sqrt{3}\, ; 2\sqrt{3})$ ——————— (5)

Scanned with CamScanner

$\therefore P(\theta = \pi/6)$ වන P ලක්ෂ්‍යයකදී බහුවලයට ඇඳි අභිලම්භය

$$y - y^1 = m(x - x^1)$$

$$y - 2\sqrt{3} = -\frac{1}{4}\left(x - 2\sqrt{3}\right) \qquad \text{———— (5)}$$

$$x + 4y = 10\sqrt{3}$$

---

(08)

$l = 0$ හි අනුක්‍රමණය m බැවින්

$l \equiv y = mx + c$ ලෙසින් දැක්විය හැක.

එම රේඛාවට O $(0,0)$ සිට ඇති ලම්භ දුර ඒකක 1ක් බැවින්

$$\left|\frac{m(0)-(0)+c}{\sqrt{m^2+1}}\right| = 1$$

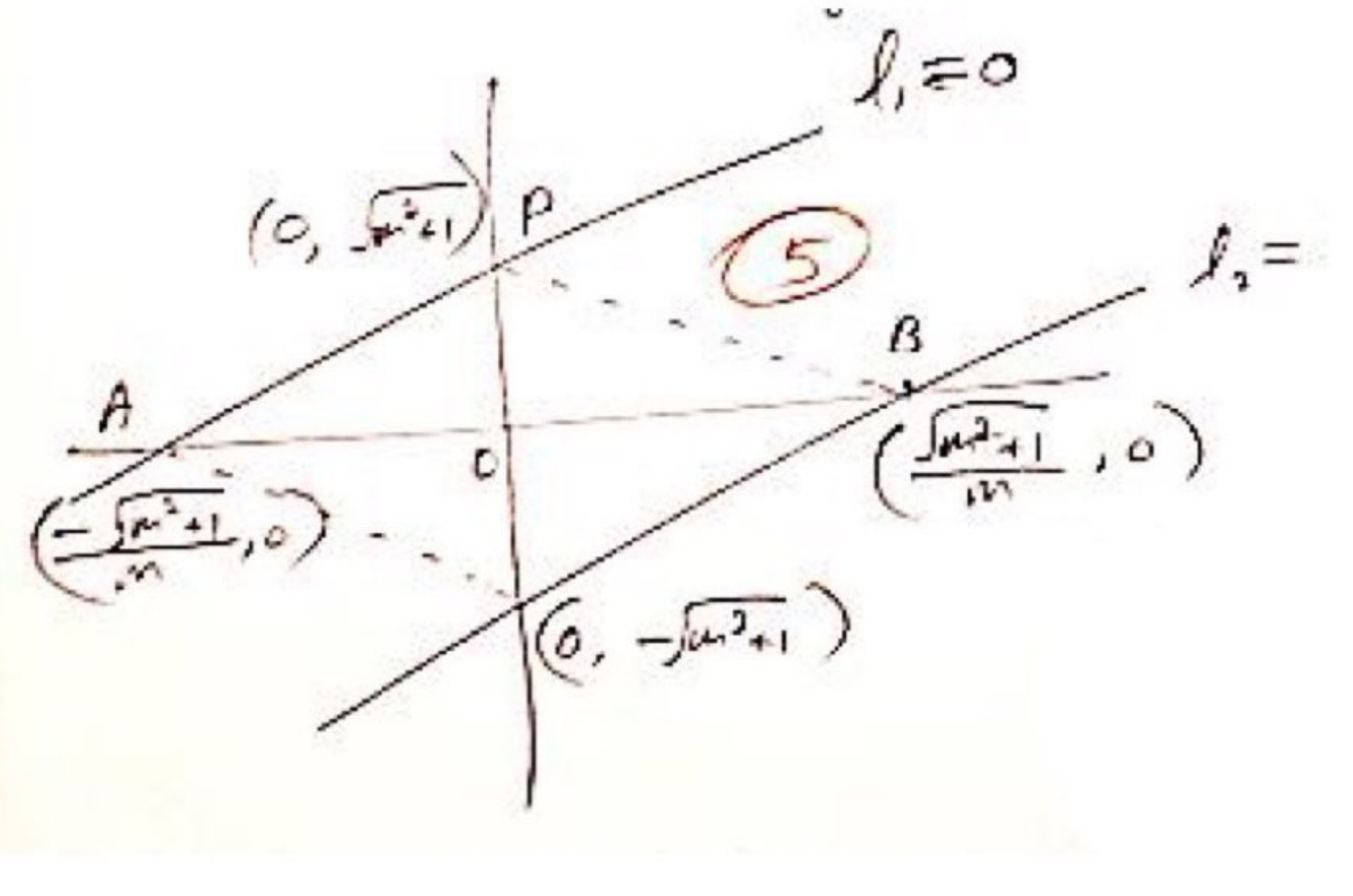
$$c = \pm\sqrt{m^2+1} \qquad \text{———— (5)}$$

$\therefore c$ සඳහා ප්‍රභින්න අගය 2ක් පවතී

$\therefore l$ සඳහා පිහිටීම් 2 කි

ඒවා $l_1 \equiv y = mx + \sqrt{m^2+1}$ හා ———— (5)

$l_2 \equiv y = mx - \sqrt{m^2+1}$ වේ ———— (5)



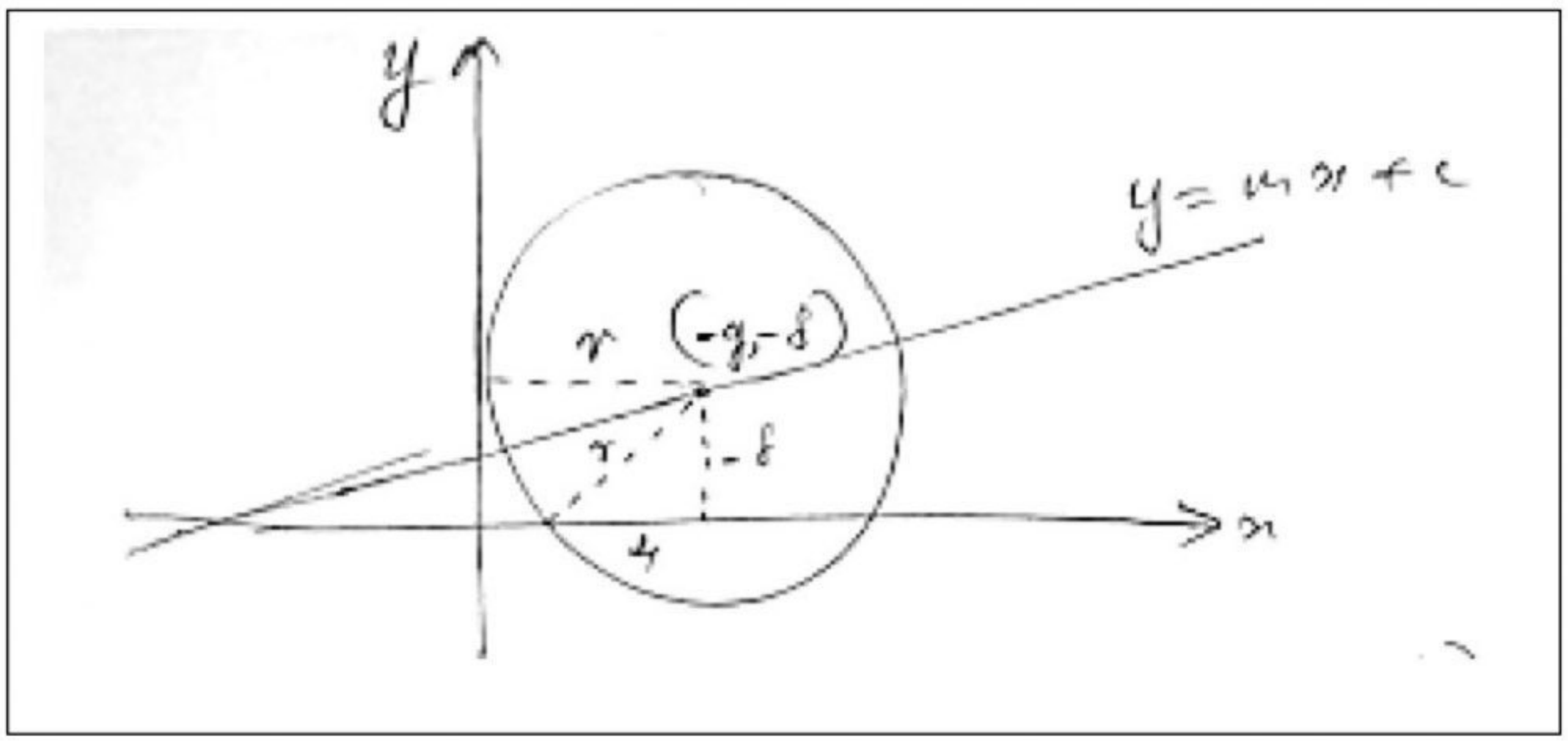
රේඛා 2හි සම්මුඛ පාද හා ඛණ්ඩාංක අක්ෂ විකර්ණ ලෙස පවතින රොම්බසයේ වර්ගඵලය S විට

$$S = 2.\frac{1}{2}(AB)(OP) \qquad \text{———— (5)}$$

$$= 2\left|\frac{\sqrt{m^2+1}}{m}\right|\sqrt{m^2+1} = \left|\frac{2(m^2+1)}{m}\right| \text{වර්ග ඒකක}$$

Scanned with CamScanner

(09)



$s = 0$ හි කේන්ද්‍රය වන $(-g - f)$ ලක්ෂ්‍ය $y = mxfc$ මත පිහිටන බැවින්,

$\therefore\ -f = m(-g) + c$ ------------(1) ——— (5)

$\therefore$ කේන්ද්‍රය, $(-g, -f) \equiv\ [-g, (c - mg]$ ලෙස වේ. ——— (5)

- y අක්ෂය ස්පර්ශ කරන බැවින්,

  $-g = r$

  $g^2 =\ g^2 + f^2 - p$

  $f^2 = p$

  $(c - mg)^2 = p$ ----------------(2) ——— (5)

- x අක්ෂයෙන් ඒකක 8ක් දිග ජනයක් කපන බැවින්

  $r^2 = 4^2 + f^2$

  $g^2 + f^2 - \mathrm{p} = 16 + f^2$

  $p = g^2 - 16$ -----------------(3) ——— (5)

  (2) = (3) $\Rightarrow (c - mg)^2 = g^2 - 16$ ——— (5)

  $g^2(1 - m^2) + 2gmc = 16 + c^2$

---

(10)

$Sin^2\theta + Cos^2\theta = 1$

$\frac{Sin^2\theta}{Sin^2\theta} + \frac{Cos^2\theta}{Sin^2\theta} =\ \frac{1}{Sin^2\theta}$ $(Sin\theta \neq 0$

$1 + Cot^2\theta =\ Cosec^2\theta$ ——— (5)

$Cot^2\theta -\ Coses^2\theta =\ -1$

$(Cot\theta - Cosec\theta)\,(Cot\theta + Cosec\theta) =\ -1$ ——— (5)

$\frac{5}{4}(Cot\theta + Cosec\theta) = -1$

Scanned with CamScanner

$\therefore Cot\theta + Cosec\theta = \frac{-4}{5}$ ------------------(1)

$Cot\theta - Cosec\theta = \frac{5}{4}$ ------------------ (2) ——— (5)

(1) − (2) $\Rightarrow 2Cosec\theta = \frac{-4}{5} - \frac{5}{4}$ ——— (5)

$= \frac{-16-25}{20}$

$Cosec\theta = \frac{-41}{40}$ ——— (5)

$\therefore Sin\theta = \frac{-40}{41}$

---

(11)

$f(x) \equiv x^2 + (2a-1)x + (a+1)$

$(x + 2a - 1)$යනු $fx)$ හි සාධකයක් බැවින්

$x = (1-2a)$යනු $f(x) = 0$ හි මූලයක් විය යුතුය. ——— (5)

$\therefore f(1-2a) = 0$ ——— (5)

$(1-2a)^2 + (2a-1)(1-2a) + (a+1) = 0$ ——— (5)

$(1-2a)^2 - (1-2a)^2 + (a+1) = 0$

$a = -1)$ ——— (5) 20

$a = -1$ විට $fx \equiv x^2 - 3x$

$\equiv x(x-3)$ ——— (5)

$\therefore f(x) = 0$ හි මූල $x = 0$ හා $x = 3$ වේ. ——— (5) 10

$F(x) \equiv f(p-2x)$ විට

$Fx \equiv (p-2x)^2 - 3(p-2x)$ ——— (5) 10

$\equiv 4x^2 + 2(3-2p)x + p(p-3)$ ——— (5)

$\Delta F(x) = [[2(3-2p)]^2 - 4.4.p(p-3)$ ——— (5)

$= 4(3-2p)^2 - 10p^2 + 48p = 36 > 0$ ——— (5)

$\therefore$සියලු $p \in R$ සඳහා $\Delta Fx = 6^2 > 0$ වේ.

සියලු $p \in R$ සඳහා $F(x) = 0$ වර්ග සමීකරණයට තාත්වික සෘණ ප්‍රභින්න මූල පවතී. ——— (5) 15

Scanned with CamScanner

$F(x) = 0$ හි මූල α, β විට $\alpha + \beta = \frac{-2(3-2p)}{4}$ $\quad \alpha\beta = \frac{p(p-3)}{4}$

$G(x) = 0$ හි මූල λ, μ නම් $\lambda = \frac{1}{\alpha}$ හා $\mu = \frac{1}{\beta}$ වේ. ——— (5)

එවිට $\lambda + \mu = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-2(3-2p)}{4} \Big/ \frac{p(p-3)}{4} = \frac{4p-6}{p(p-3)}$ ——— (5)

$\lambda\mu = \frac{1}{\alpha}.\frac{1}{\beta} = \frac{4}{p(p-3)}$ ——— (5)

එවිට $G(x) = (x-\lambda)(x-\mu) = 0$ ——— (5)

$= x^2 - (\lambda+\mu)x + \lambda\mu = 0$ ——— (5)
——— (5)

$= x2 - \frac{4p-6}{p(p-3)}x + \frac{4}{p(p-3)} = 0$

$p(p-3)x^2 - (4p-6)x + 4 = 0$ ——— (10)

එවිට $\Delta G(x) = [-4p-6]^2 - 4.p(p-3).4$ ——— (5)

$= 16p^2 - 48p + 36 - 16p^2 + 48p$

$= 36$ ——— (5)

50

$\Rightarrow \Delta F(x) = \Delta G(x)$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 + \lambda x + (2+\lambda) \\
\hline
x^2 - x - 2 & x^4 - (1-\lambda)x^3 + \mu x + 2 \\
 & x^4 - x^3 - 2x^2 \\
\hline
 & \quad \lambda x^3 + 2x^2 + \mu x + 2 \\
 & \quad \lambda x^3 - \lambda x^2 - 2\lambda x \\
\hline
 & \qquad (2+\lambda)x^2 + (\mu + 2\lambda)x + 2 \\
 & \qquad (2+\lambda)x^2 - (2+\lambda)x - 2(2+\lambda) \\
\hline
 & \qquad (3\lambda + \mu + 2)x + 2 + 2(2+\lambda)
\end{array}
$$

(quotient line) ——— (10)

(remainder line) ——— (10)

ශේෂය $10(x+1)$ බැවින්

$10(x+1) = (3\lambda + \mu + 2)x + 2 + 2(2+\lambda)$ විය යුතුයි.

අනුරූප සංගුණක සැසදීමෙන් $2\lambda + 6 = 10$

$\Rightarrow \lambda = 2$ ——— (5)

$\mu = 2$ ——— (5)

30

එවිට $P(x) \equiv x^4 + x^3 + 2x + 2$

Scanned with CamScanner

$\equiv x^3(x+1)+2(x+1)$

$\equiv (x+1)(x^3+2)$ ——————— (5)

$\therefore (x+1)$ යනු $P(x)$ හි සාධකයකි.

තවදුරටත් $P(x) \equiv [x = (-1)][x^3 - 2]$

මෙහි $-1 = \alpha$ හා $-2 = \beta$ විට ——————— (5) + (5)

$P(x) \equiv (x-\alpha)(x^3-\beta)$ ආකාරය ගනී.

15

12(a)

වෛද්‍ය		හෙද		සාත්තු සේවා	
Male	Female	Male	Female	Male	Female
3	1	7	4	5	5

Total	
Male	Female
15	10

(i) $^{25}C_5 = \frac{25!}{5!20!} = \frac{25.24.23.22.21}{5.4.3.2.1}$ ——————— (5) + (5)

$= 53130$ ——————— (5)

15

(ii)

වෛද්‍ය	හෙද	සාත්තු සේවා
M – (+) F – 1	1	1
M – 1 F – 1 + 1	1	1
M – 1 F – 1	1+1	1
M – 1 F – 1	1	1+1

3c1x1c1x11c1x 10c1 = 3x11 = 330
?
3c1x1c1x11c2x 10c1 = 3x55x10 = 1650
3c1x1c1x11c1x 10c2 = 3x11x45 = 1485
3465

——————— (5) x7

35

(iii) වෛද්‍ය ක්ෂේත්‍රයේ සියලුදෙනාම ඇතුළත් විය යුතු විට (එහි 4 දෙනෙකු සිටින බැවින්) ඉතිරි පිරිස 21 න් එක් අයෙකු පමණක් තෝරා ගැනීම සිදුකළ යුතුයි. ——————— (5)

$\therefore$ එවැනි කමිටු ගණන = $^{21}C_1 = 21$ ——————— (5)

10

Scanned with CamScanner

(b) $f(r) = \frac{2}{(2r-1)^2}$ විට

$f(r+1) = \frac{2}{[2(r+1)-1]^2} = \frac{2}{(2r+1)^2}$ ——— (5)

එවිට $f(r) - f(r+1) = \frac{2}{(2r-1)^2} - \frac{2}{(2r+1)^2}$ ——— (5)

$= \frac{2[(2r+1)^2 - (2r-1)^2]}{(2r-1)^2(2r+1)^2}$

$= \frac{2(8r)}{(2r-1)^2(2r+1)^2} = \frac{16r}{(2r-1)^2(2r+1)^2}$ ——— (5) **15**

$\frac{1}{1^2,3^2} + \frac{2}{3^2,5^2} + \frac{3}{5^2,7^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ ශ්‍රේණියේ r වන පොදු පදය

$U_r = \frac{r}{(2r-1)^2(2r+1)^2}$ ලෙස දැක්විය හැක ——— (5)

$f(r) - f(r+1) = \frac{16r}{(2r-1)^2(2r-1)^2}$ බැවින්

$f(r) - f(r+1) = 16\mathrm{Ur}$ ලෙස ලැබේ. ——— (5)

$\therefore\ Ur = \frac{1}{16}[f(r) - f(r+1)]$

$\mathrm{r} = 1 \rightarrow U_1 = \frac{1}{16}[f(1) - f(2)]$

$\mathrm{r} = 2 \rightarrow U_2 = \frac{1}{16}[f(2) - f(3)]$ ——— (5)

$\mathrm{r} = 3 \rightarrow U_3 = \frac{1}{16}[f(3) - f(4)]$

$\mathrm{r} = (\mathrm{n}-1) \rightarrow U_{(n-1)} = \frac{1}{16}[f(n-1) - f(n)]$ ——— (5)

$\mathrm{r} = \mathrm{n} \rightarrow \mathrm{U_n} = \frac{1}{16}[f(n) - f(n+1)]$

$\mathrm{U_1 + U_2 + U_3}\ \ldots\ldots + \mathrm{U_n} = \frac{1}{16}[f(1) - f(n+1)]$ ——— (5) **35**

$\sum_{r=1} U_r = \frac{1}{16}[f(1) - f(n+1)]$

$= \frac{1}{16}\left[\frac{2}{(2-1)^2} - \frac{2}{[2(u+1)-1]^2}\right]$

$= \frac{1}{16}\left[2 - \frac{2}{(2n+1)^2}\right]$

$= \frac{1}{8}\left[1 - \frac{1}{(2n+1)^2}\right]$ ——— (5)

තවද

$\mathcal{W}_{2n} = \sum_{\mathrm{r}=1}^{2\mathrm{n}}(\mathrm{Ur})$ බැවින්

මුල් ප්‍රතිඵලය සැලකීමෙන්

$\sum_{r=1}^{\mathrm{n}}(Ur) = \frac{1}{16}[f(1) - f(n+1)]$

මෙහි $n \rightarrow 2n$ විට

Scanned with CamScanner

$\mathcal{W}_{2n} - = \sum_{r=1}^{2n} Ur = \frac{1}{16}\,[f(1) - f(2n+1)]$ ——— (5)

$= \frac{1}{16}\left[\frac{2}{(2-1)^2} - \frac{2}{[2(2n+1)-1]^2}\right]$

$= \frac{1}{16}\left[2 - \frac{2}{(4n+1)^2}\right]$

$= \frac{1}{8}\left[1 - \frac{1}{(4n+1)^2}\right]$ ——— (5)

දැන්

$\mathcal{W}_{2n} - \mathcal{V}_n = \frac{1}{8}\left[1 - \frac{1}{(4n+1)^2}\right] - \left[\frac{1}{8}\; 1 - \frac{1}{(2n+1)^2}\right]$ ——— (5)

$= \frac{1}{8}\left[\frac{1}{(2n+1)^2} - \frac{1}{(4n+1)^2}\right]$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{(4n+1)^2}{(2n+1)^2} - \frac{(2n+1)^2}{(4n+1)^2}\right]$

$= \frac{1}{8}\left[\frac{12n^2}{(2n+1)^2} + \frac{4n}{(4n+1)^2}\right]$

$= \frac{n(3n+1)}{22n+1^2 4n+1^2}$ ——— (5)

$\lim_{n\to}(W_{2n} - V_n) = \lim_{n\to} \frac{n(3n+1)}{2\,(2n+1)^2(4n+1)^2}$

$\lim_{n\to} \frac{\frac{3}{n^2} + 1/n^3}{2\,(2+1/n)^2(4+1/n)^2}$ ——— (5)

$= 0$ ——— (5)

$\lim_{n\to}(W_{2n} - V_n) - 0$ අගය, <u>පරිමිත අගයක්</u> බැවින්

$W_{2n} - V_n$ යන්න අභිසාරී වේ . ——— (5)

[40]

13.

(a) A $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\quad A^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ——— (5)

$\therefore A^T B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2P & P \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 4P & 2P \\ 8P & 4P \end{pmatrix} = 8\begin{pmatrix} P/2 & P/4 \\ P & P/2 \end{pmatrix}$ ——— (5)

$A^T B = 8C$ නම්, ආකාරයෙන්

$C = \begin{pmatrix} P/2 & P/4 \\ P & P/2 \end{pmatrix}$ විය යුතුයි. ——— (5)

Scanned with CamScanner

නමුත් $C=\begin{pmatrix}1 & \frac{1}{2}\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ බැවින්

$\Rightarrow \quad \begin{pmatrix}P/2 & P/4\\ P & P/2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & \frac{1}{2}\\ 2 & 1\end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad p=\frac{1}{2}$ ———— (5) | 20

එම $p=\frac{1}{2}$ අගය සඳහා,

$B=\begin{pmatrix}2p & p\\ 0 & 0\\ -1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1/2\\ 0 & 0\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ වේ. ———— (5)

එවිට $B^T A=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 1/2 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 4\\ 3 & -2\\ 0 & 0\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ ———— (5)

තවද එම $p=\frac{1}{2}$ සඳහා

$A^T B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ ∵මුල් කොටසින් ———— (5)

$A^T B + B^T A = \begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 2\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & 2\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}4 & 5\\ 5 & 4\end{pmatrix}$ // (5)

$\therefore A^T B + B^T A$ (a) සමමිතික න්‍යාසයකි // | 20

$(A^T B)P = I$ වන පරිදි P න්‍යාසයක් පවතීද

$A^T B = Q$ ලෙස ගනිමු.

එවිට $QP = I$ (5)

$\Rightarrow Q^{-1}QP = Q^{-1}I$ (5)

$\Rightarrow IP = Q^{-1}$

$\Rightarrow P = Q^{-1}$

$Q = A^T B$ නිසා

$Q=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 2\end{pmatrix} \Rightarrow |Q| = 2.2-1.4 = 0$ (5)

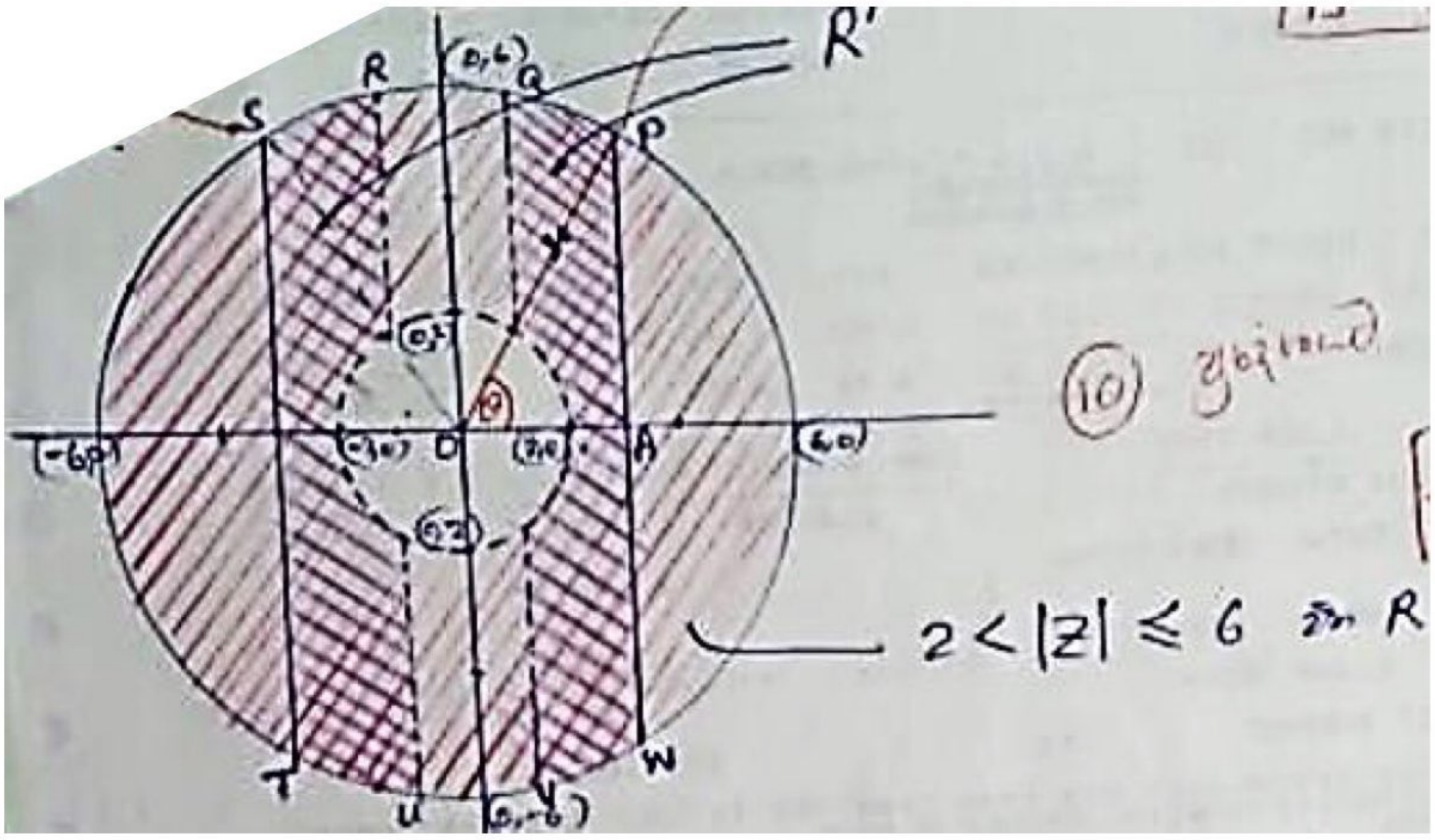
P න්‍යාසයක් පැවතීමට නම් ($P = Q^{-1}$ නිසා)

Q^{-1} පැවතිය යුතුය.

නමුත් $|Q| = 0$ වන නිසා Q^{-1} නොපවතී.

$\therefore (A^T B)P = I$ වන පරිදි P න්‍යාසයක් නොපවතී. (5) | 20

13(b)



$z_R = x + iy$ [illegible],

$\overline{z_R} = x - iy$ (5)

∴ $z_0 = z_R + \overline{z_R}$

$= (x+iy) + (x-iy)$ (5) [10]

$= 2x$ //

[illegible] $z_0 = 2x$ [illegible] R [illegible]

[illegible]

$2 < 2x \le 6$ [illegible] $-6 \le 2x < -2$

$\Rightarrow 1 \le x \le 3$ (5) $\Rightarrow -3 \le x < -1$ (5)

[illegible] z_R [illegible] z_0 [illegible] 2 [illegible] R [illegible] [illegible] z_R [illegible] R [illegible] R' [illegible] (10) · $\frac{x}{20}$

ω — R' ලෙසට ලකුණු.
$|\omega|$ — R' ලෙසට දුරට මූලයේ සිට දුර
$Arg(\omega)$ — R' ලෙසට දුරට ධන x අක්ෂය
ω — R' ලෙසට දුරට ...

OAP $\triangle$ න්,

$$Re(\omega) = OA = 3$$
$$|\omega| = 6 \quad (5)$$

$$\cos\theta = \frac{Re(\omega)}{|\omega|} = \frac{3}{6}$$
$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \theta = \pi/3 . \quad (5)$$

$$\therefore \; Re(\omega) = 3$$
$$Im(\omega) = 6\sin(\pi/3) = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore \; \omega = Re(\omega) + i\, Im(\omega) \quad (5)$$
$$= 3 + i\,3\sqrt{3} \;//$$

එවිට $\bar{\omega} = 3 - i\,3\sqrt{3}$ වේ (5)

$$\therefore \; \omega + \bar{\omega} = 6 \Rightarrow |\omega + \bar{\omega}| = 6 \quad (5)$$
$$\omega - \bar{\omega} = 6\sqrt{3}\,i \Rightarrow |\omega - \bar{\omega}| = 6\sqrt{3} \quad (5)$$

එවිට, $|\omega+\bar{\omega}| + i\,|\omega-\bar{\omega}| = 6 + i\,6\sqrt{3}$ (5)
$$= 6\,(1 + i\sqrt{3})$$
$$= 12\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$|\omega+\bar{\omega}| + i\,|\omega-\bar{\omega}| = 12\left[\cos(\pi/3) + i\sin(\pi/3)\right] \quad \boxed{13-6}$$

$$\left(|\omega+\bar{\omega}| + i\,|\omega-\bar{\omega}|\right)^{12} = \left\{12\left[\cos(\pi/3) + i\sin(\pi/3)\right]\right\}^{12} \quad (5)$$

ද මුවාවර් ප්‍රමේයයෙන්,

$$= 12^{12}\left[\cos(\pi/3) + i\sin(\pi/3)\right]^{12}$$

$$= 12^{12}\left[\cos\left(12\cdot\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(12\cdot\frac{\pi}{3}\right)\right] \quad (5)$$
$$= 12^{12}\left(\cos 4\pi + i\sin 4\pi\right)$$
$$= 12^{12}\left(1 + i\,0\right) \quad (5)$$
$$= 12^{12} \;//$$

Scanned with CamScanner

14

$y = f(x) = \frac{3x+p}{(x+q)^2}$

$x = 2$ යනු ස්පර්ශෝන්මුඛයක් වන බැවින් $x = 2$ විට $f(x) \to \infty$ විය යුතුය. මේ සමඟ $x = 2$ විට $f(x)$ හි හරය 0 විය යුතුය.

$\therefore 2 + q = 0 \Rightarrow q = -2$ ———— (5)

$\therefore\ y = f(x) = \frac{3x+p}{(x-2)^2}$ ———— (5)

(5) (5)

$f^1(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{(x-2)^2\frac{d(3x+p)}{dx} - (3x+P)\frac{d}{dx}(x-2)^2}{(x-2)^4}$ ———— (5)

$= \frac{(x-2)^2 3 - (3x+P)2(x-2)}{(x-2)^4}$

$= \frac{3(x-2)-2(3x+p)}{(x-2)^3}$, $x \neq 2$

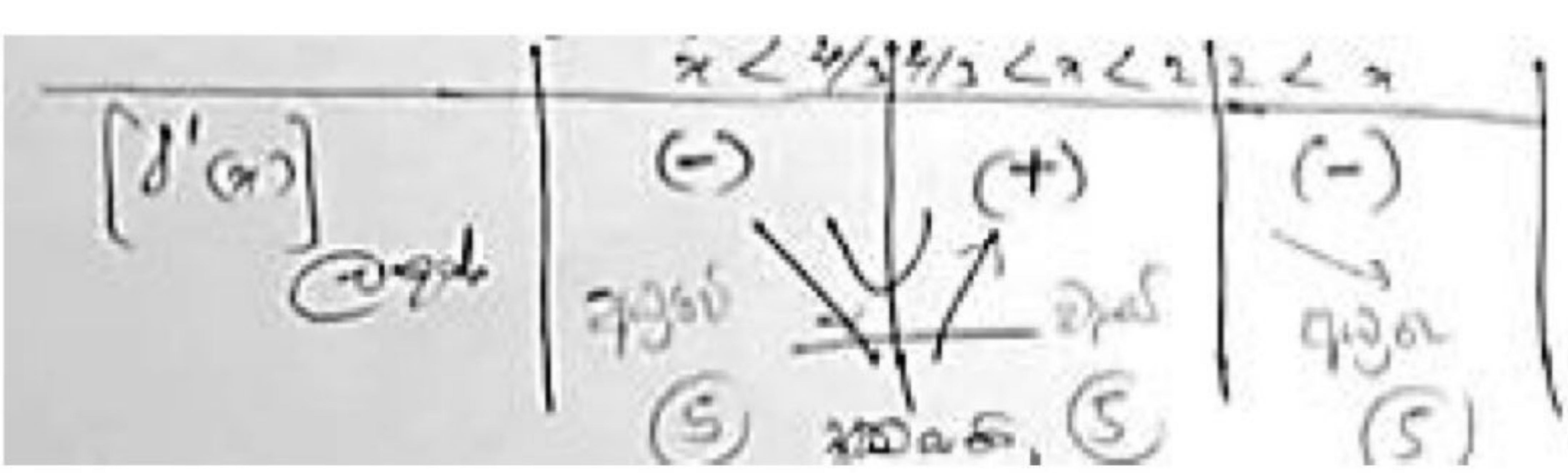
$= \frac{-3x-6-2p}{(x-2)^3}$ ———— (5)

$x = \frac{4}{3}$ විට ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් ඇති බැවින් $f^1(\frac{4}{3}) = 0 \Rightarrow \frac{-3\left(\frac{4}{3}\right)-6-2p}{(x-2)^3} = 0$

$\Rightarrow p = -5$ ———— (5) 30

$$f(x) = \frac{3x-5}{(x-2)^3}$$

$\therefore f^1(x) = \frac{4-3x}{(x-2)^3} \Rightarrow$ ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය සඳහා $f^1(x) = 0$ විට $x = \frac{4}{3}$



$x = \frac{4}{3}$ විට $f(x) = \frac{3\left(\frac{4}{3}\right)-5}{(\frac{4}{3}-2)^2} = \frac{-1}{4/9} = \frac{-9}{4}$

- අවම ලක්ෂ්‍යය $\equiv (\frac{4}{3}, \frac{-9}{4})$ ———— (5)
- $x = 0$ විට

Scanned with CamScanner

$f(0) = \frac{-5}{4}$ $\Rightarrow y$ අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය

- $y = 0$ විට

$$0 = \frac{3x-5}{(x-2)^2}$$

$= \frac{5}{3}$ $\Rightarrow x$ අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය

- x=2 සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය වේ. ———— (5)
- $f(x) = \frac{3x-5}{x^2-4x+4} = \frac{3/x - 5/x^2}{1 - 4/x + 4/x^2}$

  $x \to \pm\infty\ [f(x)] \to 0 \Rightarrow x$ අක්ෂය තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛය වේ. ———— (5)

ප්‍රස්ථාරයට -------------(15)

45

- නතිවර්තන ලක්ෂ සඳහා

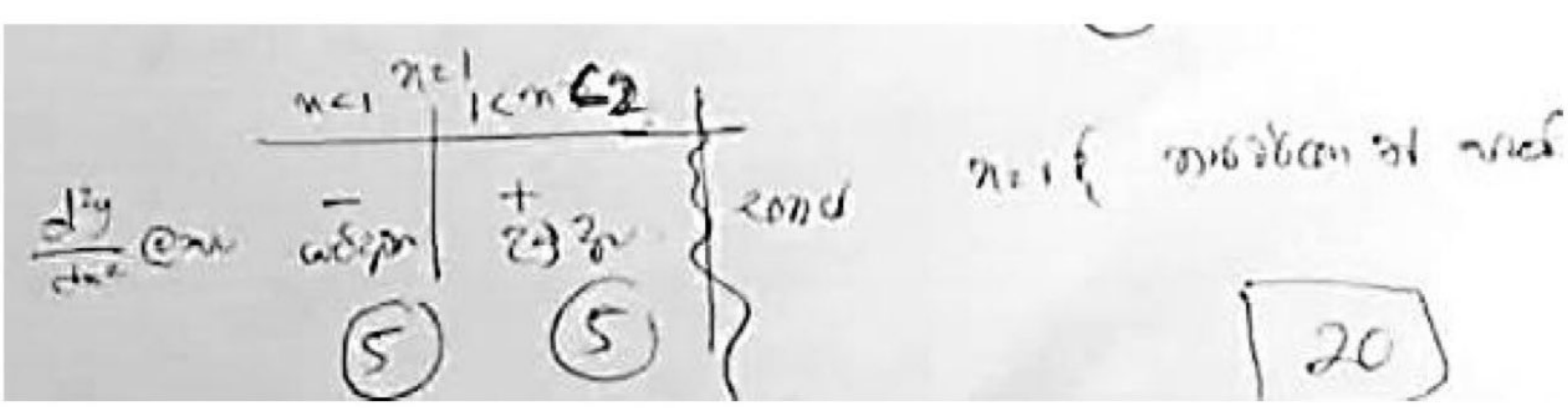
  $f^{11}(x) = \frac{d}{dx} f^1(x) = \frac{(x-2)^3(-3)-(4-3x)3(x-2)^2}{(x-2)^6}$

  $= \frac{-3(x-2)-3(4-3x)}{(x-2)^4}, \quad x \neq 2)$

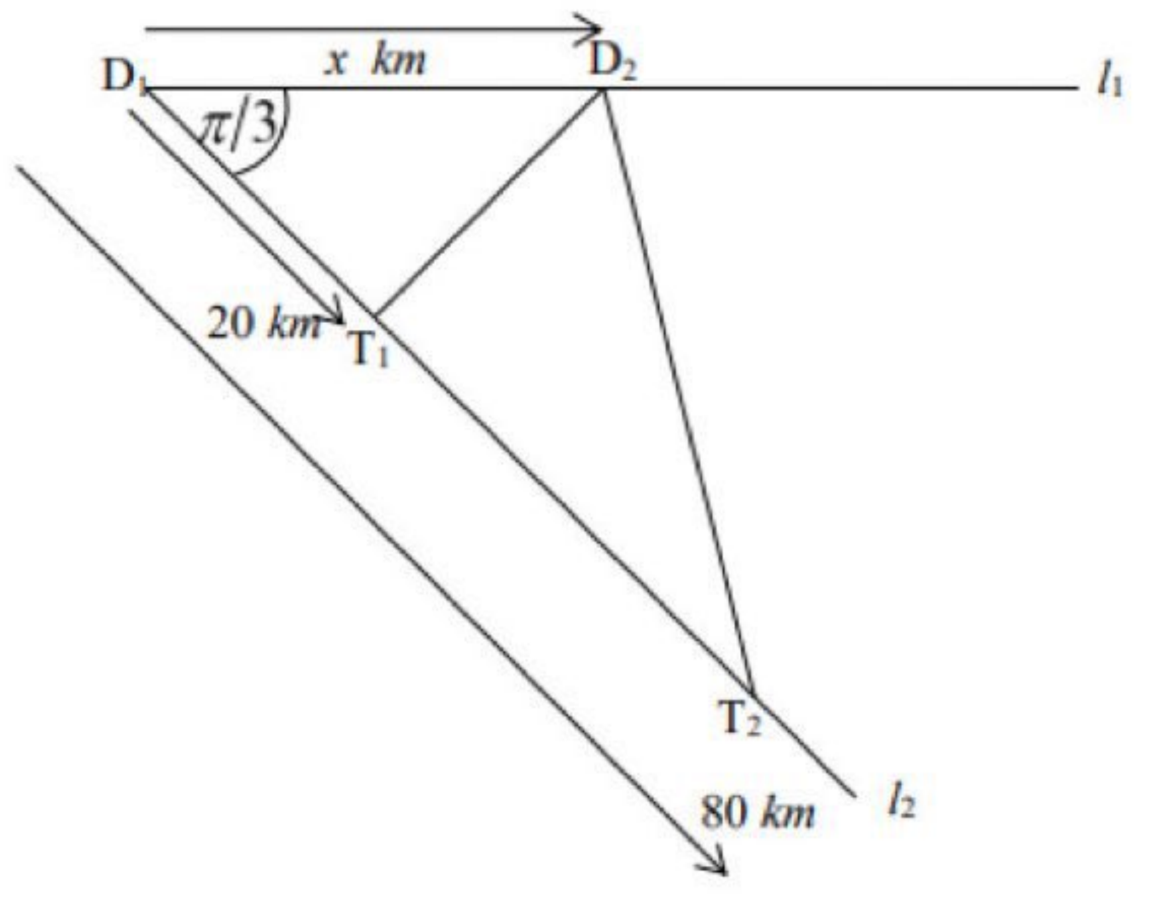
  $= \frac{6x-6}{(x-2)^4}$

$f^{11}(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ එවිට $y = f(1) = -2$ ———— (5)

(1, -2) යනු $y = f(x)$ හි නතිවර්තන ලක්ෂායකි. ———— (5)



20



$P_1D_2T_1$ ⊿ නම්

$D_2T_1 = \sqrt{(P_1D_2)^2 + (P_1T_1)^2}$

$= \sqrt{(x - 20\cos\frac{\pi}{3})^2 + (20\sin\frac{\pi}{3})^2}$

$= \sqrt{(x-10)^2 + (10\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{(x^2 - 20x + 400}$ ———— (5)

$P_2D_2T_2$ ⊿ නම්

$D_2T_2 = \sqrt{(D_2T_2)^2 + (P_2T_2)^2}$

$= \sqrt{(80\cos\frac{\pi}{3} - x)^2 + (80\sin\frac{\pi}{3})^2}$

$= \sqrt{(40-x)^2 + (40\sqrt{3})^2}$ ———— (5)

$= \sqrt{(x^2 - 80x + 6400}$

D_1T_1 හා D_2T_2 මුලු විදුලි රැහැන් දිග L

$L = D_1T_1 + D_2T_2$ ———— (5)

$= \sqrt{(x^2 - 20x + 400} + \sqrt{(x^2 - 80x + 6400}$

x විෂයේ අවකලණයෙන්

$[\frac{2x-20}{2\sqrt{(x^2 - 20x + 400}} + \frac{2x-80}{2\sqrt{(x^2 - 80x + 6400}}]$

(5) (5)

උපරිම, අවම L සඳහා $\frac{dL}{dx} = 0$ විට

$\frac{2x-20}{2\sqrt{x^2 - 20x + 400}} + \frac{2x-80}{2\sqrt{x^2 - 80x + 6400}} = 0$ ———— (5)

$\frac{x-10}{\sqrt{x^2 - 20x + 400}} = \frac{x-40}{2\sqrt{x^2 - 80x + 6400}}$

Scanned with CamScanner

$(x-10)^2(x^2-80x+6400) = (x-40)^2(x^2-20x+400)$

$(x^2-20x+100)(x^2-80x+6400) = (x^2-80x+1600)(x^2-20x+400)$

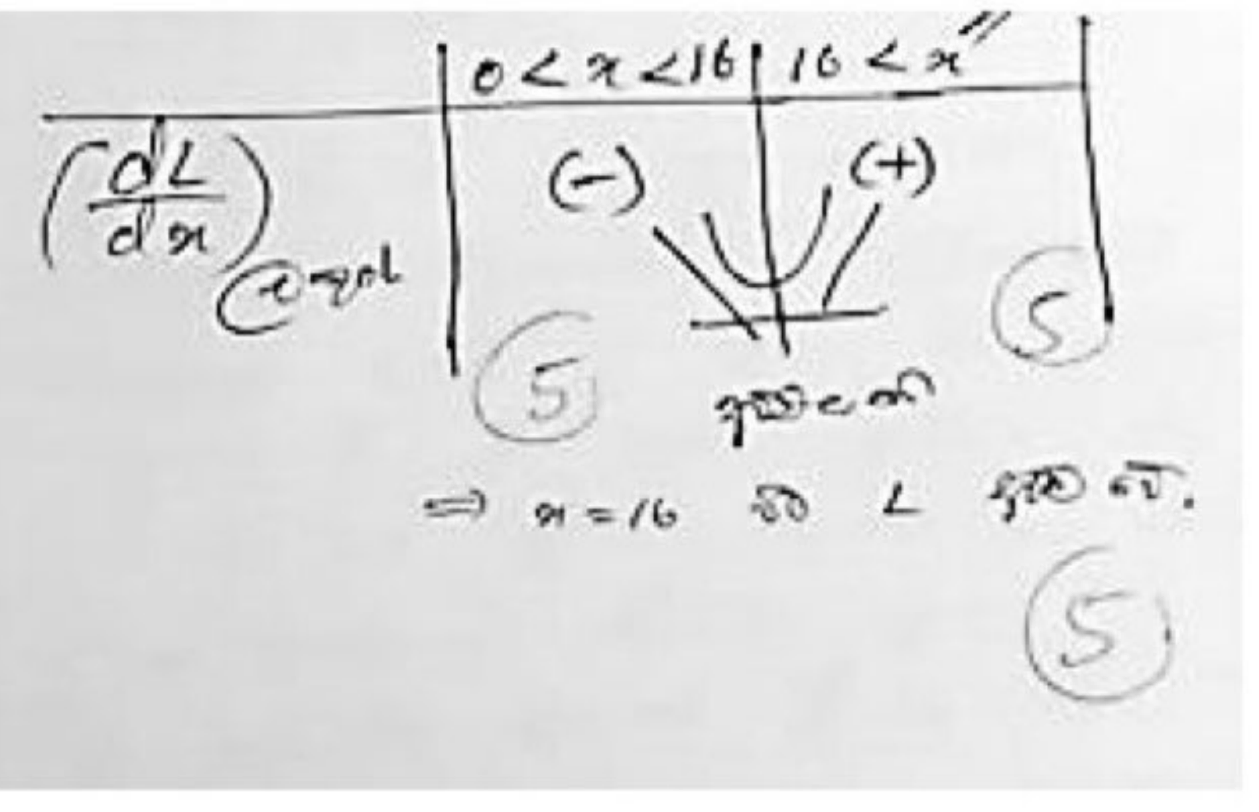
$4500x^2 - 72000x = 0$

$x(x-16) = 0$ ——— (5)

D_2 යනු වෙනත් උප බෙදුම්පලක් බැවින් $D_2 \not\equiv D_1$ ——— (5)

$\therefore x \neq 0$

$\therefore x = 16$



55

(15)

$\int_0^a f(x)dx$ හි $x = a - X$ ලෙස ආදේශයෙන්

$dx = -dx$

සීමා $\begin{pmatrix} x = 0 \\ X = a \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} x = a \\ X = 0 \end{pmatrix}$ ——— (5)

$\therefore \int_0^a f(x)dx = \int_a^0 f(a-x)(-)dx$ ——— (5)

$= -\int_a^0 f(a-x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ ——— (5) 15

(නිශ්චිත අනුකලයක් විචල්‍යයෙන් ස්වායත්ත බැවින්)

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{sin\theta(sin^2\theta - cos^2\theta)}$$

මුල් කොටසේ සිද්ධාන්තය(ප්‍රතිඵලය) භාවිතයෙන්

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin(\pi/2-\theta)[sin^2(\pi/2-\theta) - cos^2(\pi/2-\theta)]}$$ ——— (10)

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos\theta(cos^2\theta - sin^2\theta)}$$

Scanned with CamScanner

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos\theta(\cos^2\theta - \sin^2\theta)} = -\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos\theta(\sin^2\theta - \cos^2\theta)}$$ —— (10)

$\Rightarrow \mathrm{I} = -\mathrm{J}$

$\mathrm{I}_0 = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin\theta\cos\theta(\sin\theta - \cos\theta)}$ යැයි ගනිමු

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{(\sin\theta + \cos\theta)d\theta}{\sin\theta\cos\theta(\sin\theta - \cos\theta)(\sin\theta + \cos\theta)}$$ —— (5)

$$-\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\cos\theta(\sin^2\theta - \cos^2\theta)} + \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin\theta(\sin^2\theta - \cos^2\theta)}$$ —— (5)

$\mathrm{I}_0 = \mathrm{I} + \mathrm{J} = \mathrm{I} - \mathrm{I} = 0$ —— (5) **35**

(a) $x^2 = (Ax + B)(1 + x)^2 + C(1 + x^2)(1 + x) + D(1 + x^2)$

$$= (Ax + B)(x^2 + 2x + 1) + C(1 + x + x^2 + x^3) + D(1 + x^2)$$

$$= (A + C)x^3 + (2A + B + C + D)x^2 + (A + 2B + C)x + (B + C + D)$$

$x^3 \to A + C = 0$ -------- (1)

$x^2 \to 2A + B + C + D = 1$ -------- (2)

$x^1 \to A + 2B + C = 0$ -------- (3)

$x^0 \to B + C + D = 0$ -------- (4)

(2),(4) $\Rightarrow A = 1/2$ —— (20)

(1),(3) $\Rightarrow B = 0$

(3) $\Rightarrow C = -1/2$

(2),(4) $\Rightarrow D = 1/2$

$$\therefore x^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)(1 + x)^2 - \frac{1}{2}(1 + x^2)(1 + x) + \frac{1}{2}(1 + x^2)$$

$\div (1 + x^2)(1 + x)^2$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{(1+x^2)(1+x)^2} = \frac{x(1+x)^2}{2(1+x^2)(1+x)^2} - \frac{(1+x^2)(1+x)}{2(1+x^2)(1+x)^2} + \frac{(1+x)^2}{2(1+x^2)(1+x)^2}$$

$$= \frac{x}{2(1+x^2)} - \frac{1}{2(1+x)} + \frac{1}{2(1+x)^2}$$

$$\therefore \int \frac{x^2}{(1+x^2)(1+x)^2} dn = \int \frac{x}{2(1+x^2)} dn - \int \frac{1}{2(1+x)} dn + \int \frac{x}{2(1+x)^2}$$ —— (5)

$$= \frac{1}{4}\int \frac{2x}{1+x^2} dn - \frac{1}{2}\int \frac{1}{(1+x)} dn + \frac{1}{2}\int (1 + x)^{-2} dn$$

Scanned with CamScanner

$$= \frac{1}{4}ln(1+x^2) - \frac{1}{2}ln(1+x) - \frac{1}{2}\frac{1}{(1+x)} + C$$

5 5 5 5

λ යනු නියතයකි

$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}ln(1+x^2) - ln(1+x) + ln(\lambda) - \frac{1}{1+x}\right]$

$= \frac{1}{2}\left[ln\left(\frac{\lambda\sqrt{1+x^2}}{(1+x)}\right) - \frac{1}{(1+x)}\right]$ //

අනුකලන නියතය සඳහා ——— 5

නියතය $\frac{1}{2}ln|\lambda|$ විය යුතු බව හඳුනා ගැනීම ——— 5

55

$\int_1^3 \frac{1}{x^3}\ tan^{-1}\ (1/x^2)dn$

ආදේශය, $\frac{1}{x^2} = t$ යැයි ගනිමු ——— 5

$-2\frac{1}{x^2}dn = dt$

සීමා $\begin{pmatrix} x = 1 \\ t = 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x = 3^{3/4} \\ t = \sqrt{3} \end{pmatrix}$ ——— 5

$\therefore l = \int_1^{\sqrt{3}} tan^{-1}(t)\frac{dt}{-1}$ ——— 5

$= -\frac{1}{2}\int_1^{\sqrt{3}}\left(tan^{-1}(t), \frac{d(t)}{dt}\right)dt$

$= -\frac{1}{2}\left\{[t\ tan^{-1}(t)]^{\sqrt{3}} - \int_1^{\sqrt{3}} t\ \frac{d[tan^{-1}(t)]}{dt}dt\right\}$

5 5

$= -\frac{1}{2}\left\{\left(\sqrt{3}tan^{-1}\sqrt{3}\right) - 1tan^{-1}(1) - \frac{1}{2}\int_1^{\sqrt{3}}\frac{2t}{t^2+1}dt\right\}$ ——— 5

$= -\frac{1}{2}\left\{\sqrt{3}\ (\pi/3) - (\pi/4) - \frac{1}{2}[ln(t^1+1)]^{\sqrt{3}}\right\}$ ——— 5

$= -\frac{1}{2}\left\{\frac{\sqrt{3}\pi}{3} - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}[ln94) - \ln(2)]\right\}$ ——— 5

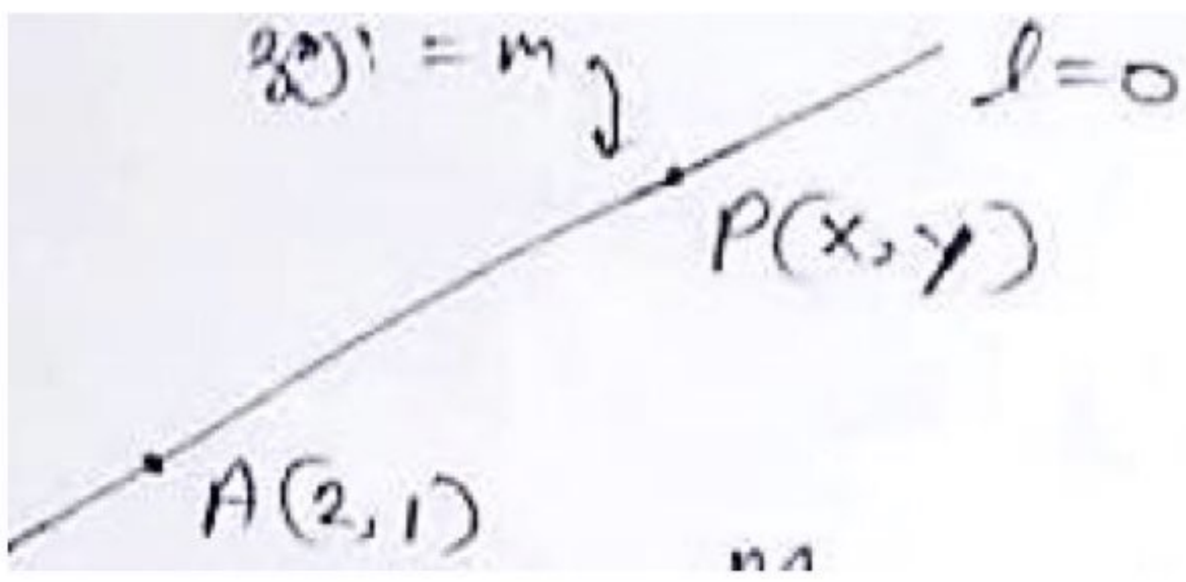
$= -\frac{1}{2}\left\{\pi\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2}\ln(2)\right\}$ ——— 5

$= \frac{1}{4}\ln(2) - \frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{4}\right)$ //

45

Scanned with CamScanner

(16)



(a) $M_{PA} = m$

$\frac{Y-1}{X-2} = m$

$\frac{Y-1}{m} = \frac{X-2}{1} = t$ යැයි ගනිමු ——— (5)

$\Rightarrow \frac{X-2}{1} = t \quad , \frac{Y-1}{m} = t$

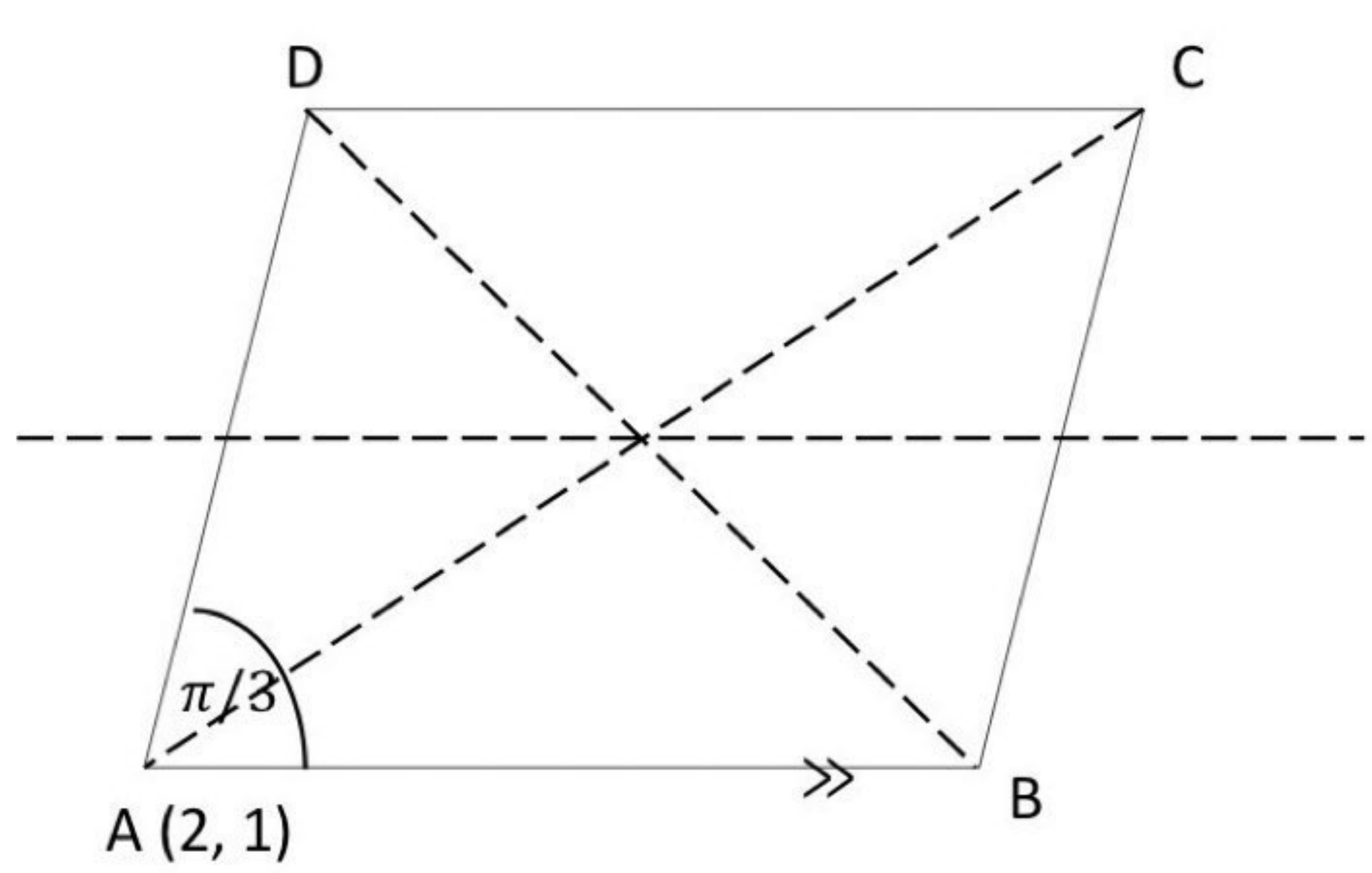
$X = (2 + t) \quad Y = (1 + mt)$

(5) (5)

$\therefore l = 0$ මත ඕනෑම P ලක්ෂ්‍යයක්

$P(X, Y) \equiv [(2 + t) ; (1 + mt)] - t$ යනු ජ්‍යාමිතියයි.

15



(1) ප්‍රතිඵලයට අනුව A (2, 1) හරහා යන ඕනෑම රේඛාවක් මත ලක්ෂ්‍යයේ (t ජ්‍යාමිතියක් විට), ලෙසින් දැක්විය හැක.

$AB \parallel ox$ බැවින්

$M_{AB} = 0$ වේ.

$\therefore$ AB පාදය මත වූ B ලක්ෂ්‍ය , (M = 0)

$B \equiv [(2 + t_B); (1 + 0)]$ ලෙස දැක්විය හැක. ——— (5)

t_B යනු B ලක්ෂ්‍යයට අනුරූප පරාමිතියයි

තවද

Scanned with CamScanner

AB = 4 ඒකක බැවින්,

$AB = \sqrt{[(2ft_B) - 2]^2 + (1-1)^2 = 4}$

$\Rightarrow \; t_B = 4$ ——— (5)

$\therefore B \; \equiv [(2ft_B) : 1] \equiv (6,1) \parallel$ ——— (5)

$BAD = \; \pi \;/\; 3$ හා $BA \parallel ox$ *අක්ෂයය බැවින්*

$M_{AD} = \tan \pi/3 = \; \sqrt{3} = m$

මුල් ප්‍රතිඵලයෙන් ABමත වූ D,

$D \equiv [(2+t_D); (1+mt_D)]$ ලෙස දැක්විය හැක.

$\therefore \equiv \left[(2+t_D); \left(1+\sqrt{3t}_D\right)\right]$ වේ. ——— (5)

AD = 4 බැවින්

$\sqrt{[(2+t_D)-2]^2 + \left[\left(1+\sqrt{3t}_D\right)-1\right]^2 = 4}$

$t_2^2 + \; 3t_D^2 = 4$

$t_D^2 = 4$

$t_D = 4$

$t_D = \pm 2$ ——— (5)

$\therefore D \; \equiv \; \left[(2 \pm 2); \left(1+\sqrt{3}(t_D)\right)\right]$ වේ

නමුත් රොම්බසය මුලුමනින්ම පළමු වෘත්ත පාදයේ බැවින්

$x_D > O$ හා $y_D > O$ විය යුතුය.

$\therefore D \; \equiv \; \left[(2-2) : \; \left(1+\sqrt{3}(-2)\right)\right], t_D = \; -2$ විට

$\equiv \; \left[0, \left(1+\sqrt{3}(+1)\right)\right]$

$\therefore D \; \equiv \; \left[(2+2) : \; \left(1+\sqrt{3}(+1)\right)\right]$

$\equiv \; \left[4, \left(1+2\sqrt{3}\right)\right]$

එවිට $B \; \equiv (6,1), D \; \equiv \; \left[4 : \left(1+2\sqrt{3}\right)\right]$ නි ම:ල:

(BD) ම : ල : $\equiv \; \left[\left(\frac{6+4}{2}\right) : \; \left(\frac{1+1+2\sqrt{3}}{2}\right)\right]$

$\equiv \; \left[5, \left(1+\sqrt{3}\right)\right]$ ——— (5)

දැන් $C \; \equiv (\; \lambda, \mu)$ යැයි ගනිමු

එවිට (AC) ම. ල. $\equiv \; \left[\left(\frac{2+\lambda}{2}\right) : \; \left(\frac{1+\mu}{2}\right)\right]$

රොම්බසයක විකර්ණය සමච්ඡේදනය වන බැවින්

(AC) ම. ල. ≡ (BD) ම : ල :

Scanned with CamScanner

$\therefore \left[\left(\frac{2+\lambda}{2}\right) : \left(\frac{1+\mu}{2}\right)\right] \equiv \left[5, \left(1+\sqrt{3}\right)\right]$

$\Rightarrow \frac{2+\lambda}{2} = 5 \Rightarrow \lambda = 8$

$\left(\frac{1+\mu}{2}\right) = \left(1+\sqrt{3}\right) \Rightarrow \gamma = \left(1+2\sqrt{3}\right)$

$\therefore C\ (\lambda,\ \mu) \equiv \left[8, \left(1+2\sqrt{3}\right)\right]$ ——— (5) 10

යළිත් (1) ප්‍රතිඵලයෙන්ම,

A (2, 1) හරහා යන AC විකර්ණය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක්

$P \equiv [(2+t) : (1+mt)]$ ලෙසින් දැක්විය හැක. ——— (5)

AC විකර්ණයට අනුරූපව, BD හි ම.ල. $\left[5, \left(1+\sqrt{3}\right)\right]$

AC විකර්ණය මත බැවින්

$[(2+t) : (1+mt)] \equiv \left[5, \left(1+\sqrt{3}\right)\right]$

$\therefore 2+t = 5 \Rightarrow t = 3$ ——— (5)

$(1+mt) = 1+\sqrt{3} \Rightarrow 1+m(3) = 1+\sqrt{3} \Rightarrow m = 1/\sqrt{3}$

$\therefore AC \equiv y - y^1 = m\ (n - n^1)$

$y - 1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x-2)$ ——— (5)

$AC \equiv x - \sqrt{3y} - 2 + \sqrt{3} = 0$ (විකර්ණය)

$BD \perp AC$ බැවින් ——— (5)

$(M_{BD})(M_{AC}) = -1$

$(M_{BD})\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -1$

$\therefore M_{BD} = -\sqrt{3}$

$\therefore BD \equiv y - y^1 = m(x - x^1)\ , B \equiv (6, 1)$

$y - 1 = -\sqrt{3}(x-6)$ ——— (5) 25

$\therefore BD \equiv \sqrt{3x} + y - \left(1+6\sqrt{3}\right) = 0$ //

(b) A (2, 1), B(6, 1) විශ්කම්භය ලෙස පවතින $s_1 = 0$ වෘත්ත ලබා ගැනීම

$(x-x_1)(x-x_2) + (y-y_1)(y-y_1) = 0$ ආකාරය

$P\ (x, y)$

$\therefore S_1 \equiv (x-2)(x-6) + y - 1^2 = 0$

$x^2 + y^2 - 8x - 2y + 13 = 0$ ——— (5)

Scanned with CamScanner

එලෙසම, B(6, 1) : C [8, $(1+2\sqrt{3})$] විශ්කම්භය වූ

$S_2 = 0$ වෘත්තය, ලබා ගැනීම

$\therefore\ S_2 \equiv (x-6)(x-8) + (y-1)\left(y-(1+2\sqrt{3})\right) = 0$

$x^2 + y^2 - 14x - (2+2\sqrt{3})y + (49+2\sqrt{3}) = 0$

$S_1 \Rightarrow g_1 = -4, t_1 = -1, C_1 = 13$

$S_2 \Rightarrow g_2 = -7, t_2 = -(1+\sqrt{3}), C_2 = (49+2\sqrt{3})$ ———— ⑤

S_1 හා S_2 වෘත්ත ප්‍රලම්භ නම්, එවිට

$2g_1g_2 + 2t_1t_2 = c_1 + c_2$

යන අවස්ථාව තෘප්ත විය යුතුයි.

(17)

(a) $cos(A+B) = cosAcosB - sinAsinB$ ———— ⑤

$A = {}^{\pi}/_{2}$ හා $B = \theta$ ලෙස යෙදීමෙන් ———— ⑤

$\cos({}^{\pi}/_{2} + \theta) = cos\,{}^{\pi}/_{2}\ cos\theta - sin\,{}^{\pi}/_{2}\ sin\theta$

$\cos({}^{\pi}/_{2} + \theta) = -sin\theta$ ———— ⑤ $[\because\ cos\,{}^{\pi}/_{2} = 0,\ sin\,{}^{\pi}/_{2} =$
$1\,]$

මෙහි, $\theta = 110^0$ ලෙස යෙදීමෙන්,

$\cos(90^0 + 110^0) = -sin200^0$

$\sin(110^0) = -\cos(200^0)$ ------------------------------(1) ———— ⑤

නැවතත් $\theta = 20^0$ ලෙස යෙදීමෙන්,

$\cos(90^0 + 20^0) = -\sin(20^0)$

$\cos(110^0) = -\sin(20^0)$ ------------------------------(2) ———— ⑤

$(1) \div (2) \Longrightarrow \frac{\sin(110^0)}{\cos(110^0)} = \frac{-\cos(200^0)}{-\sin(20^0)}$ ———— ⑤

$\tan(110^0) = \frac{\cos(180^0+20^0)}{\sin(20^0)}$

$\tan(110^0) = \frac{-\cos(20^0)}{\sin(20^0)}$ ———— ⑤

$\tan(110^0) = -cot(20^0)$

———— ⑤

Scanned with CamScanner

$\tan(110^0) + cot(20^0) = 0$

(b)

$Cos + \theta - Cos\ 2\theta \quad = Cos\ 2(2\theta) - Cos(2\theta)$

$= 2Cos^2(2\theta) - 1 - Cox(2\theta)$

$= 2\ (2Cos^2\theta - 1)^2 - 1 - (2Cos^2\theta - 1)$ ———— ⑤

$= 2(4Cos^4\theta - 4Cos^4 + 1) - 1 - 2Cos^2\theta + 1$

$= 8Cos^4\theta - 10Cos^2\theta + 2\ //$ ———— ⑤

$Cos4\theta = Cos\ 2\theta$ විට

$Cos4\theta - Cos\ 2\theta = 0$

$\Rightarrow 8Cos^4\theta - 10\ Cos^2\ \theta + 2 = 0$

$4(Cos^2\theta)^2 - 5(Cos^2\theta) + 1 = 0$

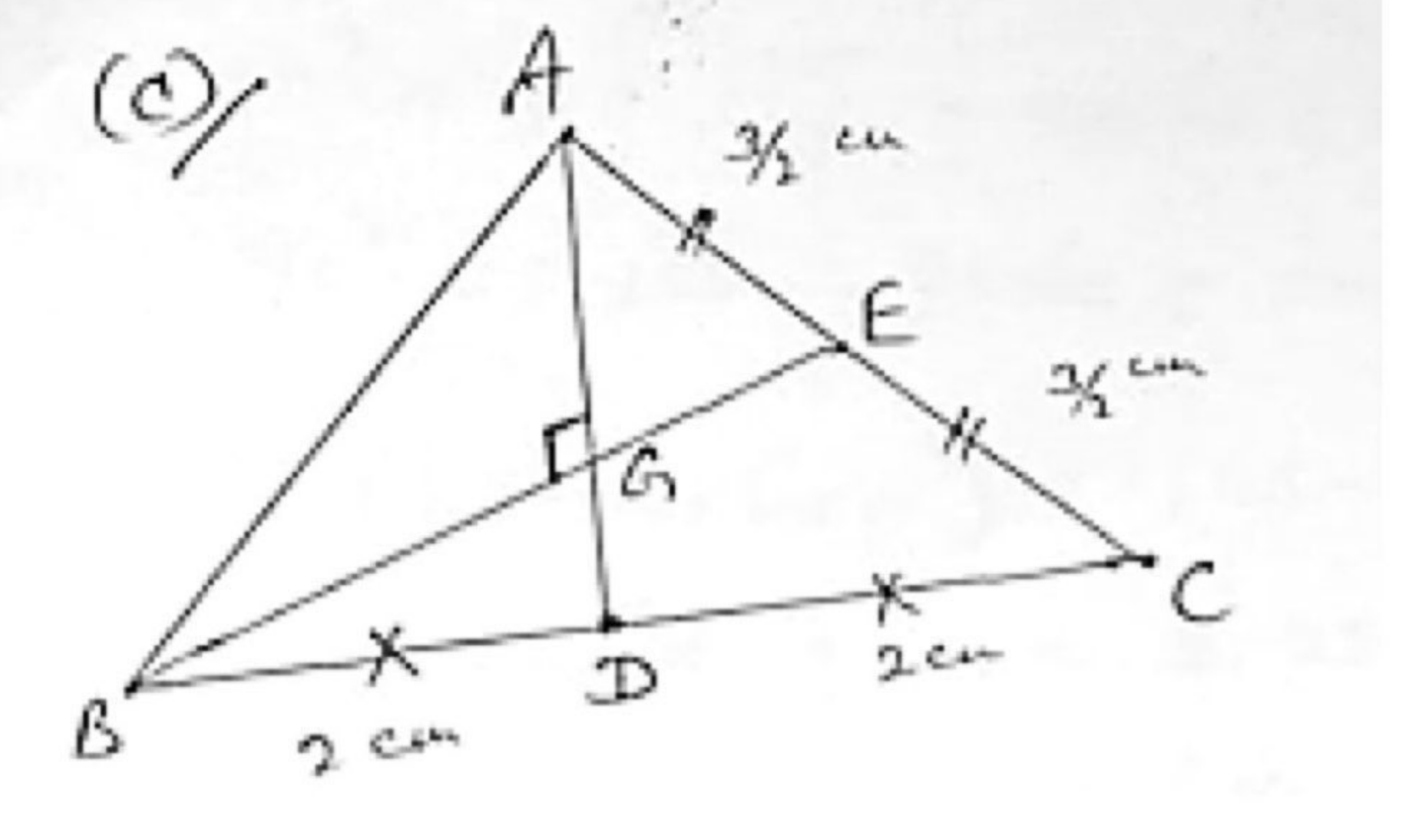
$(4Cos^2\theta - 1)(Cos^2\theta - 1) = 0$ ———— ⑤

$4Cos^2\theta - 1 = 0$ | $Cos^2\theta = 1$

$Cos^2\theta = \frac{1}{4}$ ———— ⑤ | $Cos\ \theta = \pm 1$ ———— ⑤

$\therefore\ \cos\theta = {}^1/_2, \cos\theta = -{}^1/_2, \cos\theta = 1$ හා $\cos\theta = -1$ යනු $\cos 4\theta = \cos 2\theta$ සමීකරණය සපුරාලීමේදී වූ ප්‍රභින්න $\cos\theta$ අගය 4කි.

(C)



Scanned with CamScanner

සුපුරුදු අංකනයෙන් , $\underline{ABC\ \Delta}$

$Cos\ c = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{4^2+3^2-c^2}{2.4.3}$

$\therefore\ c^2 = 25 + 24\ Cos\ c$ ------------------(1) ——— (5)

$\underline{ADC\ \Delta}$

$Cos\ c = \frac{(DC)^2+(AC)^2-(AD)^2}{2(DC)(AC)}$ ——— (5)

$= \frac{2^2+3^2-(AD)^2}{2.2.3}$

$\therefore\ (AD)^2 = 13 - 12\ Cos\ c$ --------------------------(2) ——— (5)

$(BCE\ \Delta)$

$Cos\ c = \frac{(BC)^2+(CE)^2-(BE)^2}{2(BC)(CE)}$ ——— (5)

$= \frac{4^2+({}^3/_2)^2-BE^2}{2.4.{}^3/_2}$

$\therefore (BE)^2 = \frac{73}{4} - 12\ Cos\ c$ ——— (5)

ABG සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයෙන්,

$(AB)^2 = (AG)^2 + (BG)^2$

$= \left[\frac{2}{3}(AD)\right]^2 + \left[\frac{2}{3}(BE)\right]^2$

$= \frac{4}{9}[(AD)^2 + (BE)^2]$ ——— (10)

$C^2 = \frac{4}{9}\left[(13 - 12\ Cos\ c) + \frac{73}{4} - 12\ Cos\ c\right]$ ——— (5)

$9C^2 = 4\left[\frac{125}{4} - 24\ Cos\ c\right]$

$9C^2 = 125 - 96\ Cos\ c$ ——— (5)

$9\ (25 - 24\ Cos\ c) = 125 - 96\ Cos\ c$

$5.24\ Cos\ c = 4.25$ ——— (5)

$Cos\ c = {}^5/_6$

$C = Cos^{-1}\left({}^5/_6\right) =$

(d)

$tan^{-1}\ (x+1) + tan^{-1}\ (x-2) = tan^{-1}(2)$

$tan^{-1}\ (x+1) = \propto$ සහ $tan^{-1}(x-2) = \beta$ යැයි ගනිමු

එවිට $\tan \propto = (x+1)\ \ \tan\beta = (x-2)$

දෙන ලද සමීකරණය

$\propto + \beta = tan^{-1}(2)$

$\tan(\propto + \beta) = 2$ ——— (10)

$\frac{\tan\propto + \tan\beta}{1 - \tan\propto\tan\beta} = 2$

$(x + 1) + (x - 2) = 2\,[1 - (x + 1)(x - 2)]$

$2x - 1 = -2x^2 + 2x + 6$

$2x^2 = 7$

$x = \pm\sqrt{\frac{7}{2}}$ ——— (10)

ප්‍රතිලෝම ටැංජනවල ප්‍රධාන පරාස සැලකීමෙන්

$x > 0$ විය යුතුය

$\therefore x = \sqrt{7/2}$ ——— (5)

එවිට x සඳහා පවතිනුයේ එක් විසඳුමක් පමණි

Scanned with CamScanner

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි /முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
கல்வி அமைச்சு
Ministry of Education

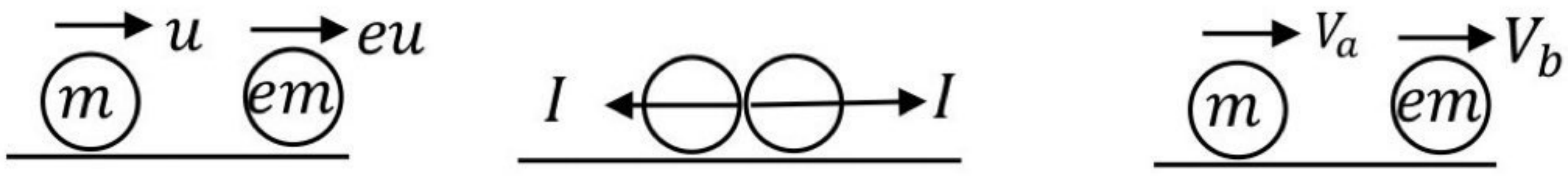
අ.පො.ස. (උ.පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණය - 2022

10 - සංයුක්ත ගණිතය II

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

Scanned with CamScanner

1. A හා B අංශු දෙකක් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e\ (0 < e < 1)$ ද ස්කන්ධ පිලිවෙලින් m, em ද වේ. A හා B අංශු එකම සරල රේඛාවක් දිගේ පිලිවෙලින් u හා eu ඒකකාර ප්‍රවේග වලින් එකම දිශාවට රූපයේ දැක්වෙන පරිදි චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමෙන් පසු B හි ප්‍රවේගය e ගෙන් ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න. ගැටුම නිසා $\frac{6}{25}mu$ විශාලත්වයකින් යුත් ආවේගයක් ඇති වේ නම් e හි අගය සොයන්න.



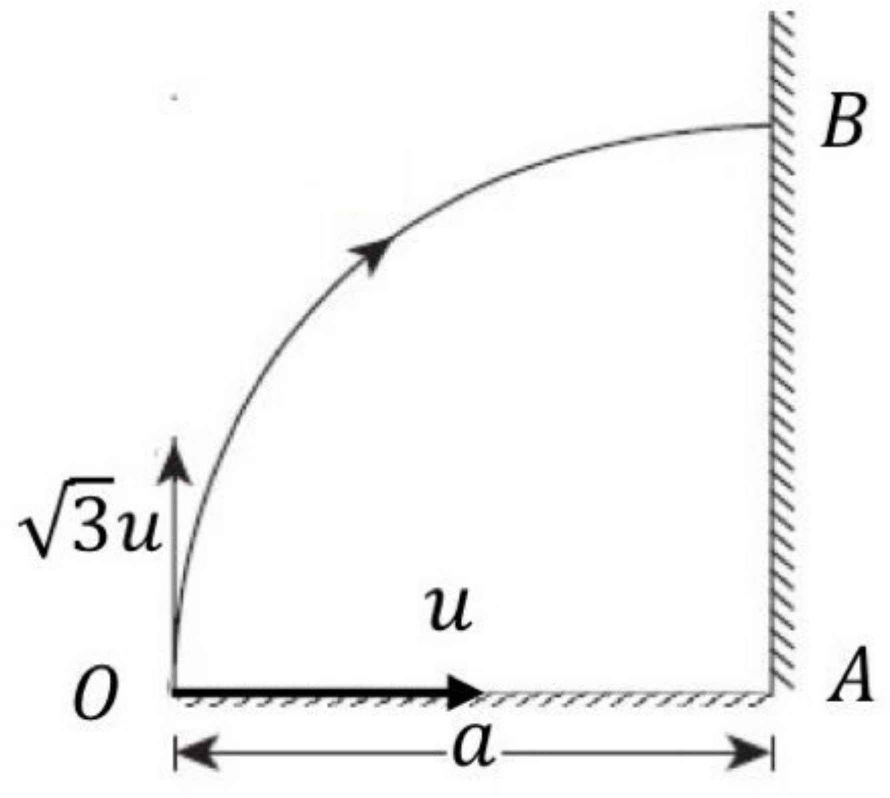
$I = \Delta(mv) \longrightarrow$ for the system $0 = (mVa + emVb) - (mu + emeu)$ (5) $Va + eVb = u + e^2u \longrightarrow (1)$ Newton's Experimental Law for the system $\longrightarrow$ $Vb - Va = -e(eu - u) \longrightarrow (2)$ (5) $(1) + (2) \longrightarrow (1+e)Vb = (1+e)u$ $Vb = u$ (5) $Therefore, Velocity\ of\ B\ is\ independent\ from\ e.$	$I = \Delta(mv) \longrightarrow$ for B $I = emVb - emeu = \frac{6}{25}mu$ (5) $eu - e^2u = \frac{6u}{25} \longrightarrow 25e^2 - 25u + 6 = 0$ $(5e-3)(5e-2) = 0$ $e = \frac{3}{5}\ or\ e = \frac{2}{5}$ (5) **25**

---

2. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තිරස් තලයක පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට පිළිවෙලින් u හා $\sqrt{3}u$ තිරස් හා සිරස් ප්‍රවේග සංරචක වලින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව සිය පෙතෙහි උපරිම ලක්ෂ්‍යයට ලගාවන විට O සිට a තිරස් දුරින් පිහිටි සිරස් AB බිත්තියක වූ B ලක්ෂ්‍යයේ වැදී පොලා පනී. සිරස් තලය හා අංශුව අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ නම්,

(i) අංශුව නැවත OA තලයේ වැදීමට ආරම්භයේ සිට ගතවන කාලය,

(ii) අංශුව නැවත OA තලය මත පතිත වන ස්ථානයට A සිට දුර ද, සොයන්න.



$for\ the\ motion\ O - B$

$\uparrow v = u + at$

$0 = \sqrt{3}\,u - gt_1 \longrightarrow t_1 = \frac{\sqrt{3}\,u}{g}$ (5)

OR

$\longrightarrow s = ut$

$a = ut_1$

$t_1 = \frac{a}{u}$ (5)

$for\ the\ motion\ O - B$

$\uparrow v^2 = u^2 + 2as$

$0 = \left(\sqrt{3}\,u\right)^2 - 2gh$

$h = \frac{3u^2}{2g}$ (5)

$\downarrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$\frac{3u^2}{2g} = 0 + \frac{1}{2}gt_2^2 \longrightarrow t_2 = \frac{\sqrt{3}u}{g} = \frac{a}{u}$ (5)

$T = t_1 + t_2 = \frac{2\sqrt{3}u}{g}\ or\ \frac{2a}{u}$ (5)

$\leftarrow s = ut$

$s = \frac{1}{2}ut_2$

$s = \frac{1}{2}u.\frac{a}{u}$

$s = \frac{u}{2}$ (5)

Note:

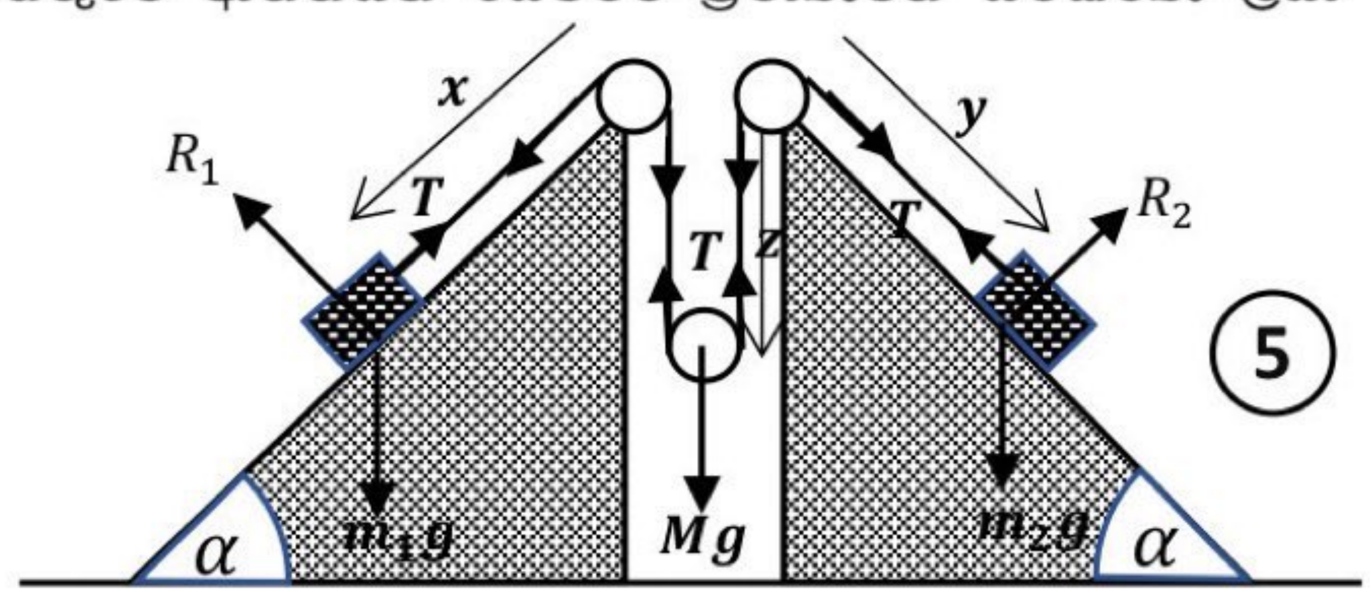
Since the same vertical distance T=2t_1

$\therefore\ T = \frac{2a}{u}$

25

Scanned with CamScanner

3. රූප සටහනේ දැක්වෙන පරිදි ස්කන්ධයන් m_1 හා m_2 වූ අංශු දෙකක් **අචල,** සුමට කූඤ්ඤ දෙකක් මත තබා ඇත. m_1 අංශුවට ඈඳන ලද ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් අචල සුමට කප්පියක් මතින් යවා ස්කන්ධය M සුචල සුමට කප්පිය යටින් ගමන් කර නැවත අචල කප්පියක් මතින් ගොස් m_2 අංශුවට ඈඳ ඇත. අංශු හා තන්තු සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුවල ත්වරණත් තන්තුවේ ආතතියත් සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න. කූඤ්ඤ දෙකෙහිම ආනත පෘෂ්ඨ වල ආනතිය α වේ.
(නිදහස්ව ඇති තන්තු කොටස් සිරස් හො කූඤ්ඤ වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ වේ.)



(5)

$x + y + 2z + k = l$

$\ddot{x} + \ddot{y} + 2\ddot{z} = 0$ ----- (5)

$f = ma$

for m_1 ↙ $m_1 g\ sin\alpha - T = m_1\ddot{x}$ ------ (5)

for m_2 ↘ $m_2 g\ sin\alpha - T = m_2\ddot{y}$ ------ (5)

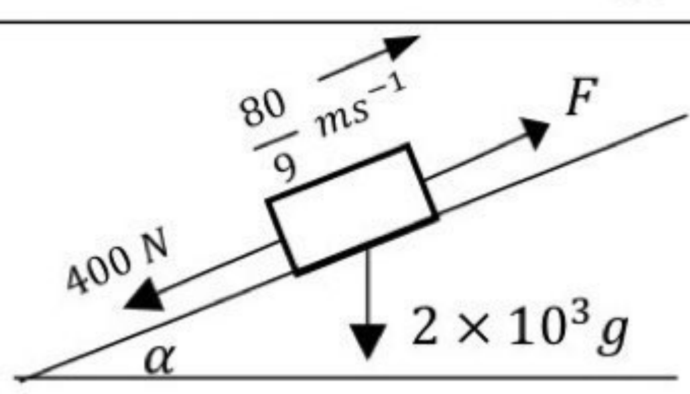
for M ↓ $Mg - 2T = M\ddot{z}$ -------------- (5)

25

---

4. ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 2 ක් වූ මෝටර් රථයක් තිරසට $sin^{-1}\left(\frac{1}{10}\right)$ ආනතියකින් යුත් සෘජු මාර්ගයක් දිගේ නියත $32\ km\,h^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් ඉහලට ගමන් කරයි. චලිතයට 400 N ක නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. රථයේ ජවය කිලෝවොට් වලින් සොයන්න.

මෙම රථය එම ජවයෙන් සහ එම නියත ප්‍රතිරෝධයෙන් සමතලා මාර්ගයක ගමන් කරයි. රථයේ ප්‍රවේගය $32\ km\,h^{-1}$ වන විට එහි ත්වරණය සොයන්න. ($g = 10\ m\,s^{-2}$යැයි ගන්න)



$32\ km\,h^{-1} = \frac{80}{9}\ ms^{-1}$ (5)

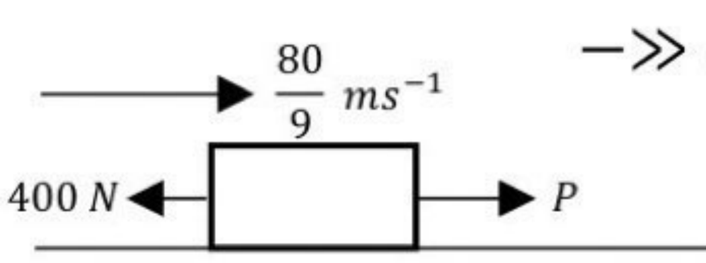
$f = ma$

$F - 400 - 20000\ sin\alpha = 0$

$F = 2400\ N$ (5)

$H = FV$

$H = 2400 \times \frac{80}{9} = \frac{64}{3}\ kW$ (5)



$\rightarrow\!\!\gg a$

$H = FV$

$\frac{64000}{3} = P \times \frac{80}{9}$

$P = 2400\ N$ (5)

$f = ma$ ⟶

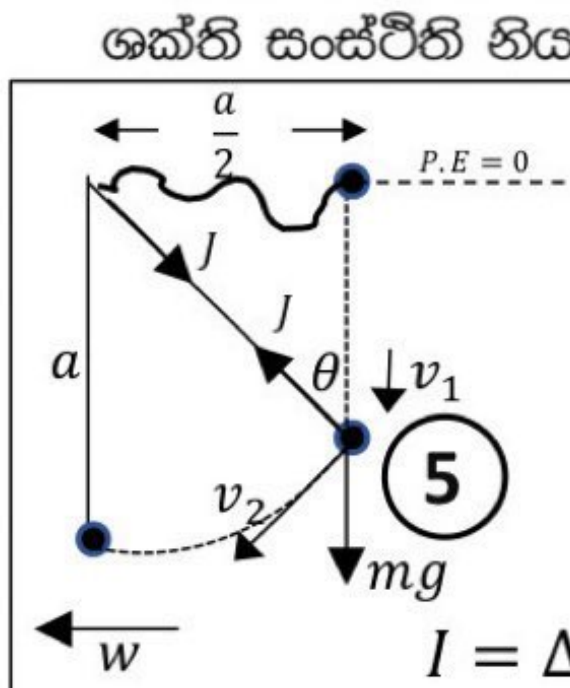
$2400 - 400 = 2000a$

$a = 1\ ms^{-2}$ (5)

25

---

5. දිග a වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙලවරක් අචල O ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර, අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ඈඳ ඇත. O සමග එකම තිරස් මට්ටමේ $\frac{a}{2}$ තිරස් දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට එම අංශුව නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරේ. තන්තුව ගැස්සීමෙන් මොහොතකට පසු අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයා, තන්තුව සිරස් වන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය නිර්ණය කිරීමට සමීකරණයක් ශක්ති සංස්ථිති නියමය ඇසුරින් ලියා දක්වන්න.



(5)

$sin\theta = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)}{a} = \frac{1}{2}$ ⟶ $\theta = \frac{\pi}{6}$ (5)

$v^2 = u^2 + 2as$ ↓

${v_1}^2 = 0 + 2ga\ cos\frac{\pi}{6}$

${v_1}^2 = \sqrt{3}\ ga$ (5)

$I = \Delta(mv)$ perpendicular to the string

$mv_2 - mv_1 sin\frac{\pi}{6} = 0$

$v_2 = \frac{\sqrt{\sqrt{3}\ ga}}{2}$ (5)

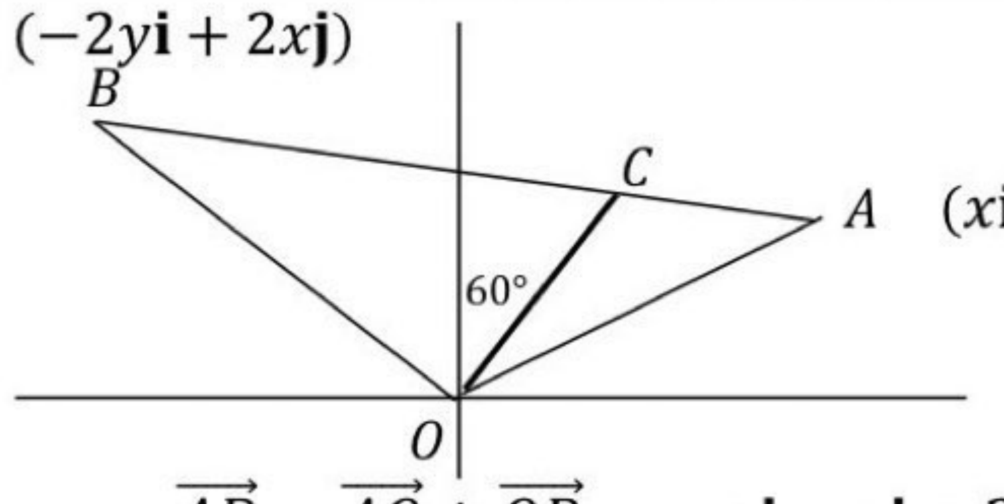
conservation of energy

$\frac{1}{2}mw^2 - mga = \frac{1}{2}m{v_2}^2 - mgacos\theta$ (5)

25

Scanned with CamScanner

6. O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $x\mathbf{i}+y\mathbf{j}$ හා $-2y\mathbf{i}+2x\mathbf{j}$ වේ. මෙහි $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ යනු OX හා OY අක්ෂ ඔස්සේ ඒකක දෛශික වේ. AB රේඛාව $AC:CB=1:2$ අනුපාතයට බෙදන C ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. OC රේඛාව හා OY අක්ෂය අතර කෝණය $60°$ නම් $x^2+y^2+4xy=0$ බව පෙන්වන්න.



$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=-x\mathbf{i}-y\mathbf{j}-2y\mathbf{i}+2x\mathbf{j}$

$\overrightarrow{AB}=-(x+2y)\mathbf{i}+(2x-y)\mathbf{j}$ (5)

$\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{3}[-(x+2y)\mathbf{i}+(2x-y)\mathbf{j}]$

$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AC}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+\frac{1}{3}[-(x+2y)\mathbf{i}+(2x-y)\mathbf{j}]$

$\overrightarrow{OC}=\frac{2}{3}\{(x-y)\mathbf{i}+(x+y)\mathbf{j}\}$ (5)

$\overrightarrow{OC}.\mathbf{j}=|\overrightarrow{OC}|.|\mathbf{j}|.\cos 60°$ (5)

$\frac{2}{3}\{(x-y)\mathbf{i}+(x+y)\mathbf{j}\}.\mathbf{j}=\sqrt{\left(\frac{2x-2y}{3}\right)^2+\left(\frac{2x+2y}{3}\right)^2}.1.\frac{1}{2}$ (5)

$\frac{2x+2y}{3}=\frac{2\sqrt{(x-y)^2+(x+y)^2}}{6}$

$2(x+y)=\sqrt{2(x^2+y^2)}$

$4(x+y)^2=2(x^2+y^2)$

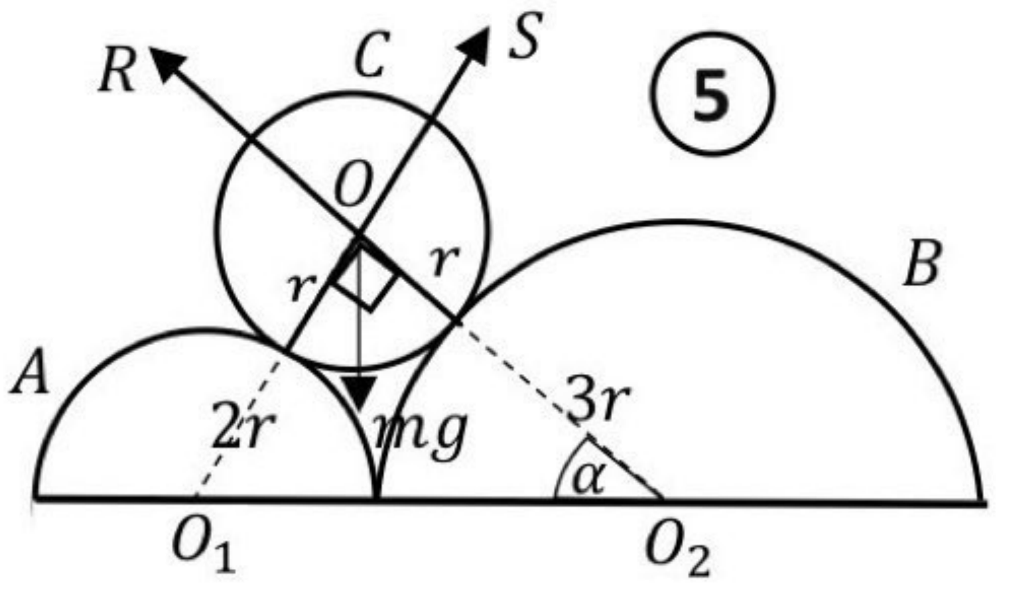
$4x^2+4y^2+8xy=2x^2+2y^2$

$x^2+y^2+4xy=0$ (5)

25

---

7. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි අරයන් පිළිවෙලින් 2r හා 3r වූ එකිනෙක ස්පර්ශව පවතින A හා B අචල සුමට අර්ධ ගෝල මත අරය r වූ ද ස්කන්ධය m වූ ද සුමට C ගෝලයක් සමතුලිතව තබා ඇත. C ගෝලය මත A හා B අර්ධ ගෝල මගින් ඇතිකරන ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. O, O_1 හා O_2 කේන්ද්‍ර එකම සිරස් තලයක පිහිටයි.



(5)

$O_1\hat{O}O_2=\frac{\pi}{2}$

$\sin\alpha=\frac{3}{5}$ and $\cos\alpha=\frac{4}{5}$

for the equilibrium of C,

↗ $S=mg\cos\alpha$ (5)

$S=\frac{4mg}{5}$. (5)

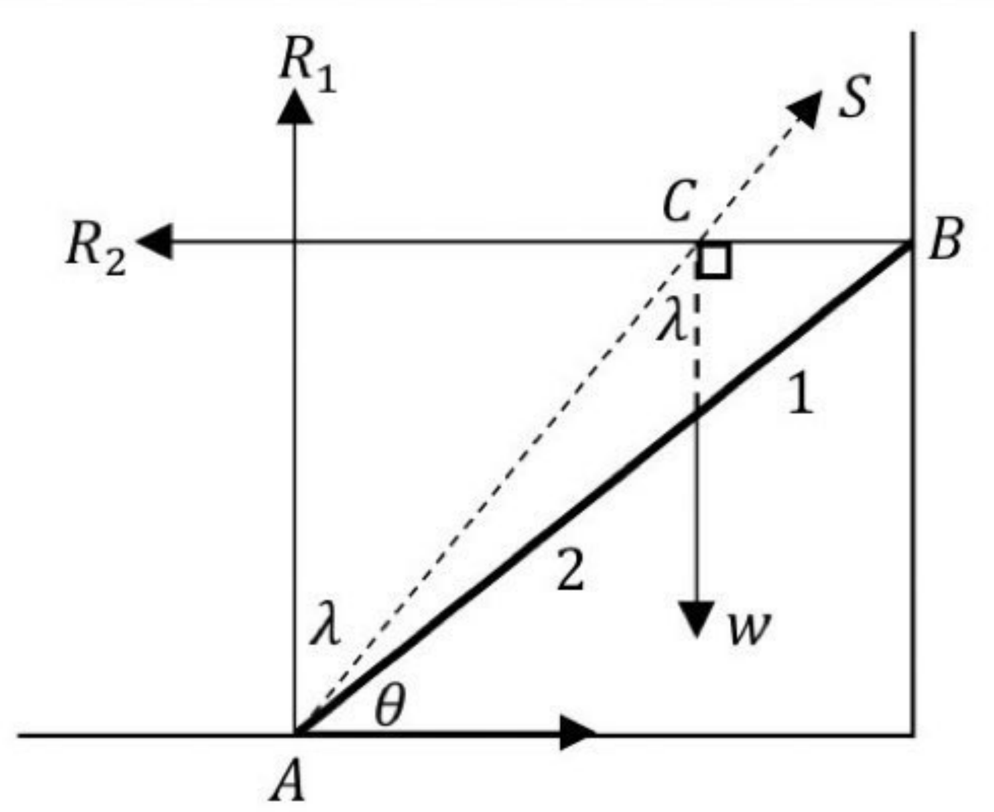
↖ $R=mg\sin\alpha$ (5)

$R=\frac{3mg}{5}$. (5)

25

---

8. AB දණ්ඩක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය 2: 1 අනුපාතයට වේ. එහි A කෙළවර රළු තිරස් තලයක් මත ද B කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක් හා ස්පර්ශ වෙමින් දණ්ඩ, බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී. දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය θ ද තලය හා දණ්ඩේ A කෙළවර අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ ද වේ. $\tan\theta$ හි අගය μ ඇසුරින් ලබාගන්න.



(5)

Applying $\cot$ theorem for the triangle ABC,

$(2+1)\cot(90-\theta)=2\cot\lambda-1\cot 90°$ (10)

$3\tan\theta=\frac{2}{\tan\lambda}$ (5)

$\tan\theta=\frac{2}{3\mu}$ (5)

25

Scanned with CamScanner

9. A හා B යනු පහත අවස්ථා සපුරාලනු ලබන සිද්ධි දෙකකි.

(i) A පමණක් සිදුවීමේ සම්භාවිතාවය 0.2 වේ.

(ii) B පමණක් සිදුවීමේ සම්භාවිතාවය 0.1 වේ.

(iii) A හෝ B දෙකෙන් එකක් වත් සිදු නොවීමේ සම්භාවිතාවය 0.6 වේ.

$P(A/B) = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$P(A \cap B') = 0.2\,, P(A' \cap B) = 0.1\,, P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 0.6$ (5)

$P(A \cap B') + P(A' \cap B) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$ (5)

$0.2 + 0.1 = (1 - 0.6) - P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = 0.1$ (5)

$P(A' \cap B) + P(A \cap B) = P(B)$

$P(B) = 0.1 + 0.1 = 0.2$ (5)

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$P(A/B) = \frac{0.1}{0.2}$

$P(A/B) = \frac{1}{2}$ (5)

25

---

10. සංඛ්‍යා දහයක මධ්‍යන්‍යය $9 \cdot 4$ වේ. k තාත්වික සංඛ්‍යාවක සිට එම සංඛ්‍යාවල අපගමනයන් පහත පරිදි වේ.

d_i: -5, -2, -1, -1, -1, 0, 1, 1, 2, 6

සංඛ්‍යා දහයෙහි මධ්‍යස්ථය හා විචලතාව සොයන්න.

d_i	-5	-2	-1	-1	-1	0	1	1	2	6
x_i	k-5	k-2	k-1	k-1	k-1	k	K+1	K+1	K+2	K+6

$where, d_i = x_i - k ---\rightarrow x_i = d_i + k$ (5)

$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{10} = 9.4\ (given)$

$\frac{10k - 10 + 10}{10} = 9.4$

$k = 9.4$ (5)

x_i	4.4	7.4	8.4	8.4	8.4	9.4	10.4	10.4	11.4	15.4

(5)

$Median = \frac{8.4 + 9.4}{2} = 8.9$ (5)

$\overline{\mathrm{d}} = \overline{\mathrm{x}} - k = 0$

$\sigma_x{}^2 = \sigma_d{}^2 = \frac{\sum d_i{}^2}{10} - \overline{d}$

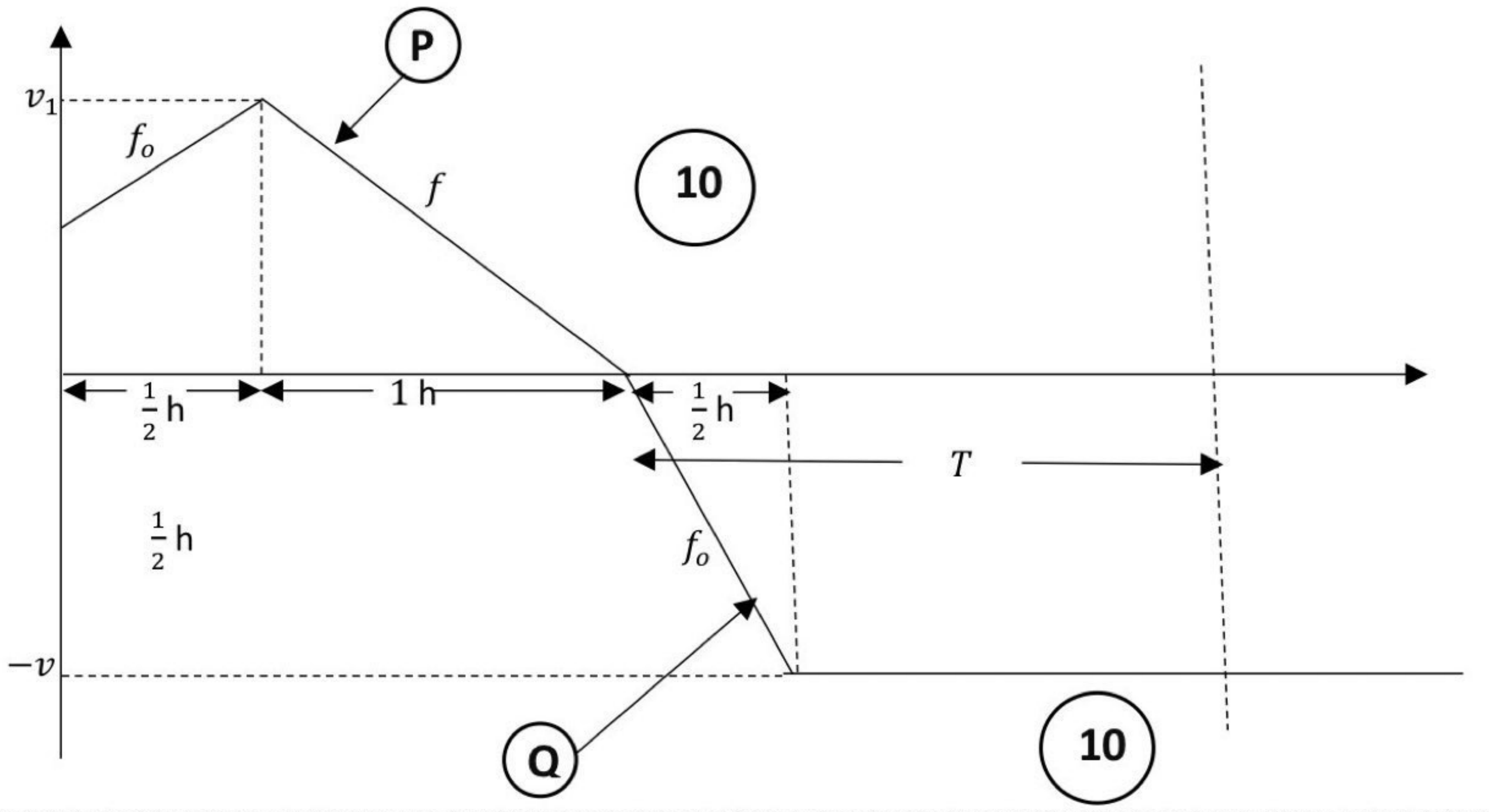
$\sigma_x{}^2 = \frac{74}{10} - 0 = 7.4$ (5)

25

Scanned with CamScanner

11. (a) A නම් දුම්රිය ස්ථානයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් චලිතය අරඹන P නම් දුම්රියක්, ඒකාකාර ත්වරණයෙන් පැය බාගයක් ගමන් කර ඉන්පසු තවත් පැයක් f ඒකකාර මන්දනයෙන් ගමන් කර B දුම්රිය ස්ථානයේ දී නිසලතාවයට පැමිණේ. P දුම්රිය, B වෙත ළඟාවන මොහොතේ දී ම Q නම් වෙනත් දුම්රියක්, B දුම්රිය ස්ථානයේ සිට A දුම්රිය ස්ථානය දෙසට නිශ්චලතාවයේ සිට චලිතය අරඹයි. Q දුම්රිය පැය බාගයක් P දුම්රියේ ආරම්භක ඒකකාර ත්වරණයෙන්ම ගමන් කර ලබාගත් ප්‍රවේගයෙන්, A දුම්රිය ස්ථානයේ නොනවත්වා ම ධාවනය කරයි. P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක දක්වන්න.

ඒ නයින්, P දුම්රියේ ත්වරණය සොයා Q දුම්රිය සිය චලිතය අරඹා $\frac{f}{f-u}$ කාලයකට පසු එය A දුම්රිය ස්ථානය පසු කරන බව පෙන්වන්න.



20

$tan\alpha = \frac{v_1 - u}{\frac{1}{2}} = f_o \longrightarrow f_o = 2(v_1 - u)$------[1] (5) (5)

$tan\beta = \frac{v_1}{1} = f \longrightarrow v_1 = f$ (5)

$f_o = 2(f - u).$ (5)

20

$tan\gamma = \frac{v}{\frac{1}{2}} = f_o \longrightarrow 2v = f_o \longrightarrow v = \frac{f_o}{2} = f - u$ (5) (5)

$S_p = S_Q$ (5)

(5) $\frac{(u + v_1)}{2} \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \times 1 \times v_1\right) = \left(\frac{T + T - \frac{1}{2}}{2}\right) v$ (5)

$\left(\frac{u + f}{4}\right) + \frac{f}{2} = \frac{(4T - 1)}{4}(f - u)$

$u + f + 2f = (4T - 1)(f - u)$

$\frac{u + 3f}{f - u} = 4T - 1$ (5)

$4T = \frac{4f}{f - u}$

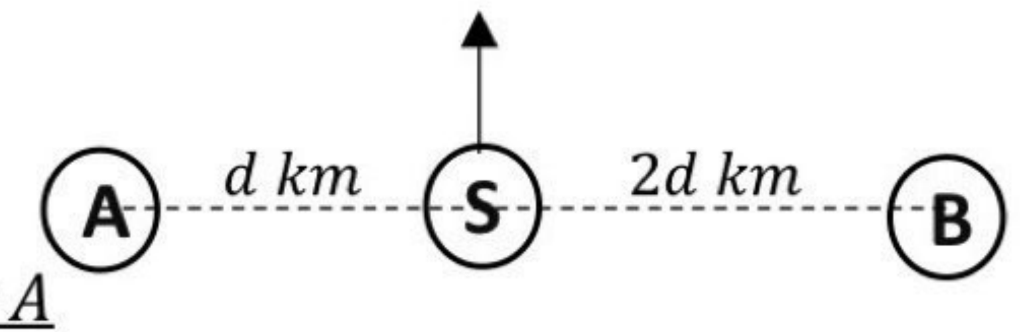
$T = \frac{f}{f - u}$ (5)

35

Scanned with CamScanner

(b) S නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව $u \, km \, h^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක S ගෙන් $d \, km$ දුරක් බටහිරින් A බෝට්ටුවක් ද $2d \, km$ දුරක් නැගෙනහිරින් B බෝට්ටුවක් ද පිහිටයි. A බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $\frac{3u}{2} \, km \, h^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක S නැව අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරන අතර B බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව $2u \, km \, h^{-1}$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක S නැව අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් ගමන් කරයි. A හා B හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ වෙන වෙනම ඇඳීමෙන් මුලින්ම නැව අල්ලා ගන්නේ කුමන බෝට්ටුව දැයි සොයන්න.

$V_{SE} = u \uparrow \quad V_{AE} = \frac{3u}{2} \quad V_{BE} = 2u$

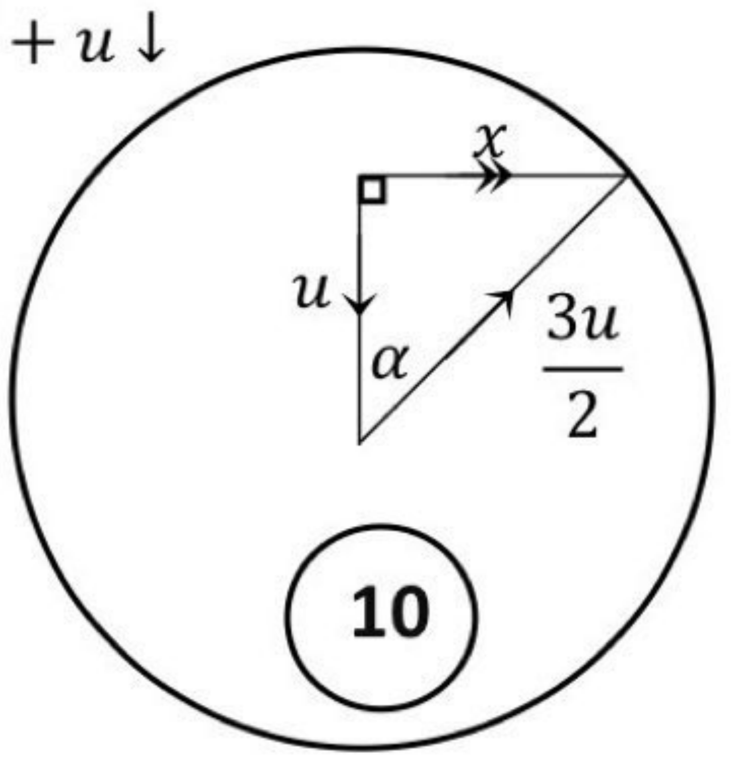


<u>*For A*</u>

$V_{AS} = \rightarrow$

$V_{AS} = V_{AE} + V_{ES}$ (5)

$\rightarrow x \quad = \frac{3u}{2} + u \downarrow$ (5)



$x^2 = \left(\frac{3u}{2}\right)^2 - u^2 = \frac{5u^2}{4}$

$x = \frac{\sqrt{5}\,u}{2}$ (5)

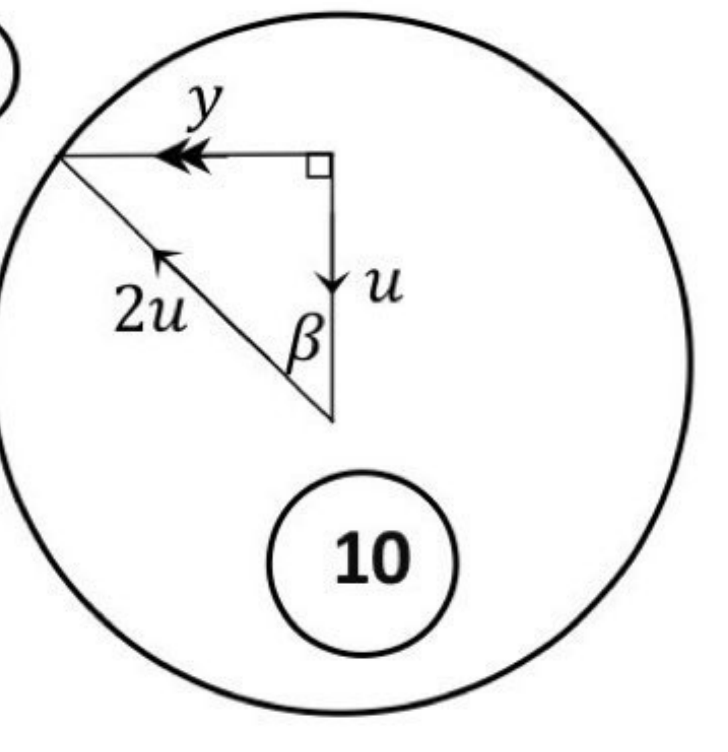
$t_A = \frac{d}{\left(\frac{\sqrt{5}\,u}{2}\right)} = \frac{2d}{\sqrt{5}\,u}$ (10)

<u>*For B*</u>

$V_{BS} = \leftarrow$

$V_{BS} = V_{BE} + V_{ES}$ (5)

$\leftarrow y \quad = 2u + u \downarrow$ (5)



$y^2 = (2u)^2 - u^2 = 3u^2$

$y = \sqrt{3}u$ (5)

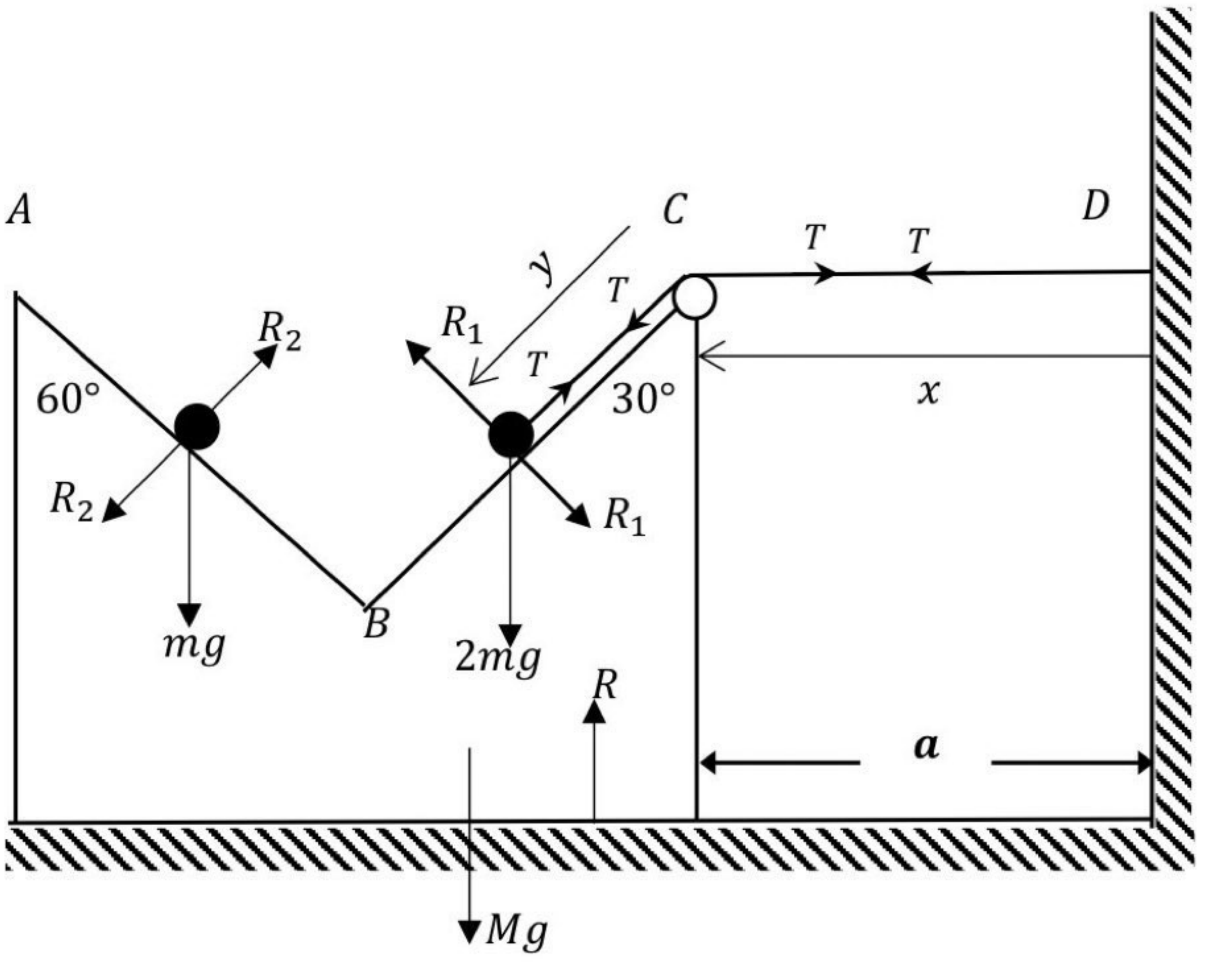
$t_B = \frac{2d}{\sqrt{3}u}$ (5)

Since, $t_A < t_B$ boat A will catch the ship before B (10)

75

Scanned with CamScanner

12. (a) රූපයේ දැක්වෙන්නේ සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබා ඇති ස්කන්ධය M වූ සුමට ඒකාකාර කූඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා වූ, බිත්තියට ලම්බ සිරස් හරස්කඩ වේ. AB හා BC රේඛා ඒවා අඩංගු මුහුණත් වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වේ. D යනු කූඤ්ඤයේ සිට a දුරින් පිහිටි සිරස් බිත්තිය මත, A හා C සමඟ එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍යය වේ. C හි පිහිටි අචල සුමට කප්පිය මතින් යන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය $2m$ වූ අංශුවකට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර D ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා ඇත. ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක් AB මුහුණත මත අල්වා තබා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. එක් අංශුවක් හෝ B වෙත ළඟාවීමට ප්‍රථම කූඤ්ඤය බිත්තිය වෙත ළඟාවේ නම්, කූඤ්ඤය බිත්තිය වෙත ළඟාවීමට ගතවන කාලය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



$x + y = k$

$\ddot{x} + \ddot{y} = 0 \rightarrow \ddot{x} = -\ddot{y}$ (5)

$a_{WE} = \rightarrow F$ $\quad a_{QW} = f \searrow$ $\quad a_{PW} = F \swarrow$

$a_{PE} = \swarrow F + \rightarrow F$ (5) $\quad a_{QE} = \searrow f + \rightarrow F$ (5)

$F = ma$ (5) $(Forces)$ (5) $(Accelerations)$

$for\ Q \searrow \quad mg\cos 60 = m\,(f + F\cos 30) \longrightarrow (1)$ (5) $(Equation)$

(5) $(Forces)$ (5) $(Accelerations)$

$for\ P \swarrow \quad 2mg\cos 30 - T = 2m\,(F - F\cos 60) \longrightarrow (2)$ (5) $(Equation)$

$for\ the\ system \rightarrow$

(5) (5) (5) $(Accelerations)$

$T = MF + 2m(F - F\cos 60) + m(F + f\cos 30) \longrightarrow (3)$ (5) $(Equation)$

(5) $(Forces)$

$for\ wedge \longrightarrow$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$

$a = 0 + \frac{1}{2}Ft^2 \longrightarrow (4)$ (5)

Note:
when equation has not written, provide marks for the forces marked in the diagram.

75

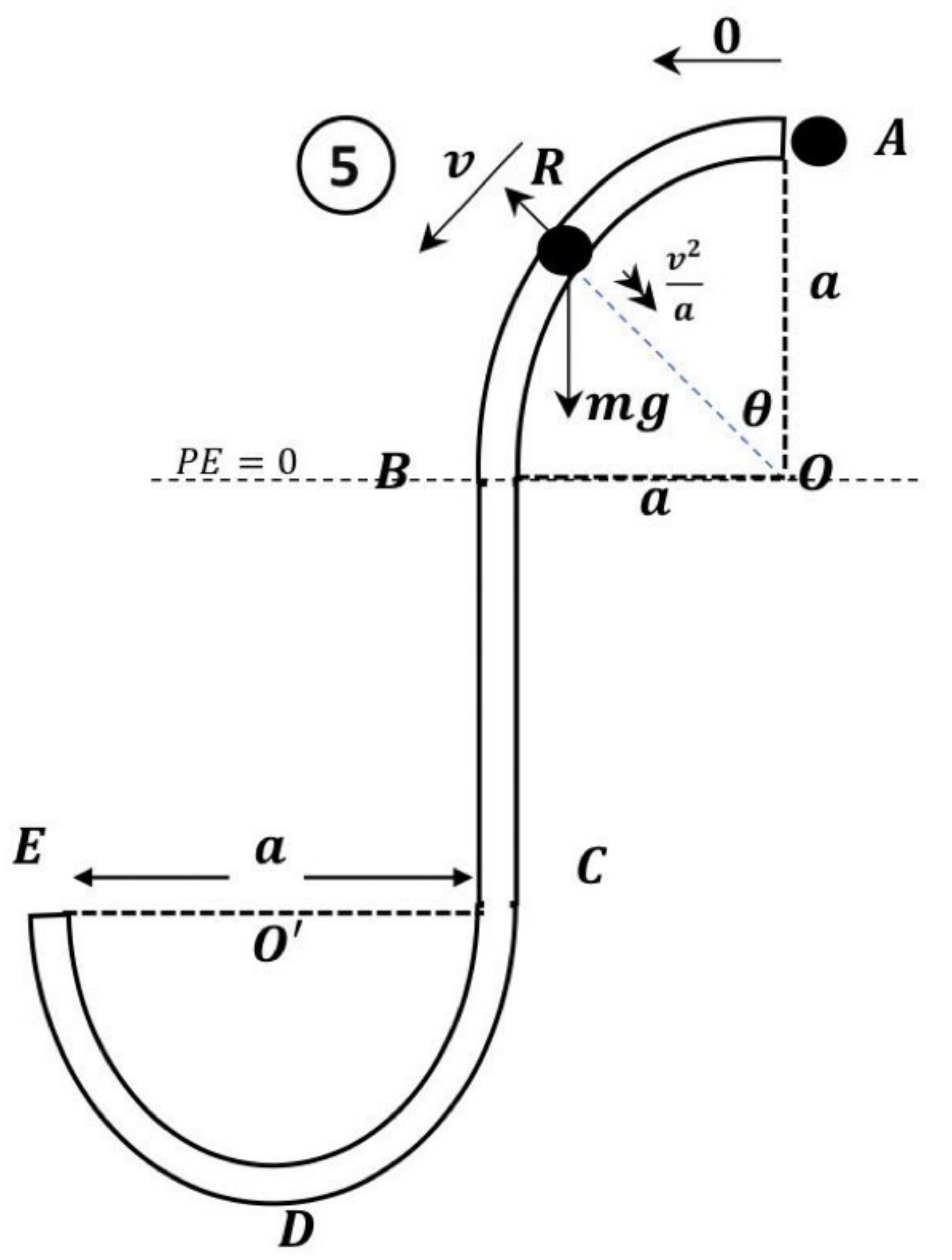
Scanned with CamScanner

(b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $ABCDE$ සුමට තුනී නලයක් සිරස් තලයක සවි කර ඇත. AB කොටස කේන්ද්‍රය O වූ ද අරය a වූ ද වෘත්තයක $A\hat{O}B = \frac{\pi}{2}$ පරිදි වූ වෘත චාපයකි. BC යනු දිග a වූ සිරස් කොටසක් වේ. CDE යනු විෂ්කම්භය a වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසකි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A හි තබා සීරුවෙන් නලය තුලට මුදාහරී.

(i) A සිට B දක්වා P හි චලිතයේ දී OA සමග θ $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයක් OP සාදන විට, එහි වේගය v නම් $v^2 = 2ga(1 - cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

P මත නලය මගින් ඇතිකෙරෙන අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව R නම්, R සොයන්න. තවද θ හි අගය $\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ දී ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බව පෙන්වන්න.

(ii) E හිදී ප්‍රවේගය සොයා අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $8mg$ වන බව පෙන්වන්න.



(i) *Law of energy conservation*

$$mga = \frac{1}{2}mv^2 + mgacos\theta \quad (15)$$

$$v^2 = 2ga(1 - cos\theta) \quad (5)$$

25

(ii) $F = ma$ ↘

$$mg\ cos\theta - R = m\frac{v^2}{a} \quad (10)$$

$$R = mg\ cos\theta - 2mg(1 - cos\theta)$$

$$R = mg(3cos\theta - 2) \quad (5)$$

$$let\ \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$when\ 0 < \theta < \alpha \dashrightarrow R > 0$$
$$\alpha < \theta < \frac{\pi}{2} \dashrightarrow R < 0 \quad (5)$$

Therefore,
R taking opposite direction pasing the posistion
$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$. (5)

25

(iii) $when\ \theta = \frac{\pi}{2} \dashrightarrow v^2 = 2ga \dashrightarrow v = \sqrt{2ga}$

from B to C
law of energy conservation

$$\frac{1}{2}m(2ga) = \frac{1}{2}mv_C^2 - mga \quad (10)$$

$$v_C = 2\sqrt{ga}$$

$$v_C = v_E = 2\sqrt{ga} \quad (5)$$

At the point E, $F = ma \dashrightarrow$

$$R_E = m\left(\frac{v_E^2}{a/2}\right) = 8mg \quad (5)$$

(5)

25

Scanned with CamScanner

13. A, B, C, D, E හා F යනු සුමට තිරස් මේසයක් මත $AB = BC = CD = DE = l$ හා $EF = 2l$ වන පරිදි සරල රේඛීයව පිහිටි ලක්ෂ්‍ය හයකි. දිග $4l$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් A හා F ලක්ෂ්‍ය සම්බන්ධ කර, මේසය මත චලනය විය හැකි ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් D හිදී තන්තුවට සවිකර ඇත. අංශුව B වෙත ඇද නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුව t කාලයකදී A සිට E දෙසට x, $(l \le x \le 2l)$ දුරක් විස්ථාපනය වේ නම් අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \frac{\lambda}{2ml}(x - 4l) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය වේ.

(i) $X = x - 4l$ ලෙස ගැනීමෙන් $\ddot{X} + \frac{\lambda}{2ml}X = 0$ බව පෙන්වන්න.

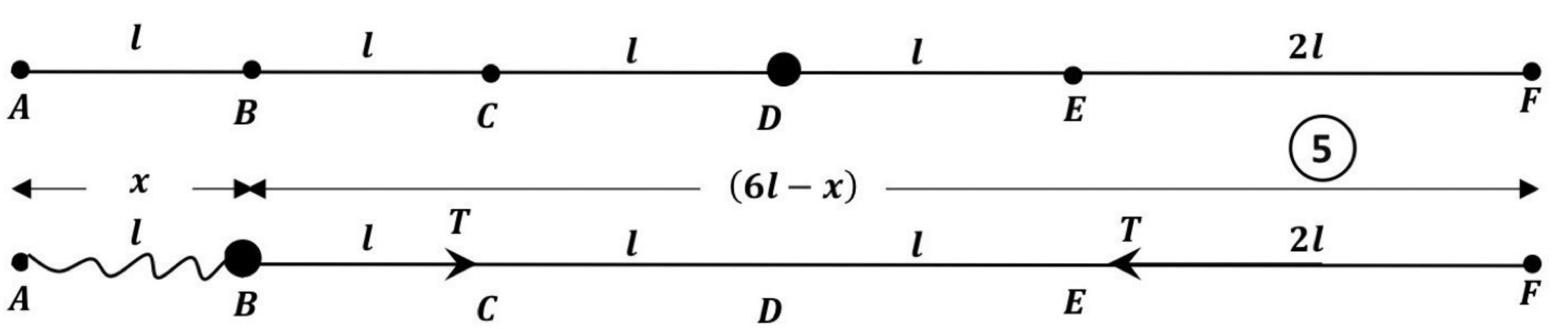
ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම් $X = \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින් α, β හා ω නියතවල අගයයන් සොයන්න.

ඒ නයින් අංශුව $\sqrt{\frac{2lm}{\lambda}} \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ කාලයකට පසු $\sqrt{\frac{5\lambda l}{2m}}$ ප්‍රවේගයෙන් C ලක්ෂ්‍යය පසු කරන බව පෙන්වන්න.

(ii) $2l \le x \le 4l$ සඳහා Y සුදුසු ලෙස තෝරාගැනීමෙන්, අංශුවේ චලිත සමීකරණය $\ddot{Y} + \frac{\lambda}{ml}Y = 0$ යන්නෙන් දෙනු ලබනු බව පෙන්වන්න.

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම් $Y = \alpha' \cos(\omega'(t - t_0)) + \beta' \sin(\omega'(t - t_0))$ ආකාරයෙන් පවතී යැයි උපකල්පනය කරමින් α', β' හා ω' නියත වල අගයයන් සොයන්න. මෙහි $t_0 = \sqrt{\frac{2lm}{\lambda}} \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ වේ.

(iii) ආරම්භයේ සිට P අංශුව E ලක්ෂ්‍යය වෙත පළමු වරට පැමිණීමට ගතවන කාලය $2\sqrt{\frac{l}{m}} \left\{\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{2}{7}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ බව පෙන්වන්න.



(5)

(i) *when* $l \le x \le 2l$

$$T = \frac{\lambda}{2l}(6l - x - 2l) \quad (5)$$

$$T = \frac{\lambda}{2l}(4l - x)$$

Applying, $F = ma$

$m \longrightarrow T = m\ddot{x}$ (5)

$$\frac{\lambda}{2l}(4l - x) = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{\lambda}{2ml}(x - 4l) = 0 \quad (5)$$

put, $x - 4l = X \longrightarrow \ddot{x} = \ddot{X}$ (5)

$$\ddot{X} + \frac{\lambda}{2ml}X = 0$$

$X = x - 4l = \alpha \cos\omega t + \beta \sin\omega t$

$t = 0, x = l, -3l = \alpha$ (5)

$\dot{X} = \dot{x} = -\alpha\omega \sin\omega t + \beta\omega \cos\omega t$ (5)

$t = 0, x = l, \dot{x} = 0$

$0 = \beta\omega \longrightarrow \beta = 0$ (5)

$\ddot{X} = \ddot{x} = -\alpha\,\omega^2 \cos\omega t - \beta\,\omega^2 \sin\omega t$ (5)

$\ddot{X} = -\omega^2(\alpha \cos\omega t + \beta \sin\omega t)$

$\ddot{X} = -\omega^2 X \longrightarrow \ddot{X} + \omega^2 X = 0$

$$\omega = \sqrt{\frac{\lambda}{2ml}} \quad (5)$$

$x = 4l - 3l \cos\omega t$

$x = 2l, \quad t?$

$2l = 4l - 3l \cos\omega t$

$$\cos\omega t = \frac{2}{3} \longrightarrow t = \frac{1}{\omega}\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \quad (5)$$

$$t = \sqrt{\frac{2ml}{\lambda}} \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$$

here, $\dot{x} = 3l\omega \sin\omega t$

$$\dot{x} = 3l\omega\sqrt{1 - \cos^2\omega t} \longrightarrow 3l\omega\sqrt{1 - \frac{4}{9}}$$

$$\dot{x} = 3l\omega\frac{\sqrt{5}}{3} = \sqrt{5}l\omega = \sqrt{\frac{5\lambda l}{2m}}$$

$\therefore$ *the velocity at C is* $\sqrt{\frac{5\lambda l}{2m}}$ (5)

60

(ii) *when* $2l \le x \le 4l$

$$T_1 = \frac{\lambda}{2l}(6l - x - 2l) = \frac{\lambda}{2l}(4l - x)$$

$$T_2 = \frac{\lambda}{2l}(x - 2l) \quad (5)$$

Scanned with CamScanner

$m \dashrightarrow \; T_1 - T_2 = m\ddot{x}$ (5)

$T_1 - T_2 = \frac{\lambda}{2l}(4l - x + 2l - x) = m\ddot{x}$ (5)

$\frac{\lambda}{2l}2(3l - x) = m\ddot{x}$

$\ddot{x} = \frac{\lambda}{ml}(3l - x) \dashrightarrow \ddot{x} + \frac{\lambda}{ml}(x - 3l)$ (5)

$similarly\ take\ (x - 3l) = Y$

$\ddot{Y} + \frac{\lambda}{ml}Y = 0$

$Now, Y = \alpha' \cos\omega'(t - t_0) + \beta' \sin\omega'(t - t_0)$ (5)

$when\ t = t_0, x = 2l\ and\ \dot{x} = \dot{Y} = \sqrt{\frac{5\lambda l}{2m}}$ (5)

$2l - 3l = \alpha' \dashrightarrow \alpha' = -l$ (5)

$\dot{x} = \dot{Y} = -\alpha' \omega' \sin\omega'(t - t_0) + \beta' \omega' \cos\omega'(t - t_0)$ (5)

$\beta' \omega' = \sqrt{\frac{5\lambda l}{2m}}$ (5)

$similarly,\quad \omega' = \sqrt{\frac{\lambda}{ml}} \dashrightarrow \beta' = l\sqrt{\frac{5}{2}}$ (5)

50

$(iii)\ x - 3l = -l\cos\omega'(t - t_0) + l\sqrt{\frac{5}{2}}\sin\omega'(t - t_0)$ (5)

$when\ x = 4l, t?$

$l = -l\cos\omega'(t - t_0) - l\sqrt{\frac{5}{2}}\sin\omega'(t - t_0)$ (5)

$\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\cos\omega'(t - t_0) - \sqrt{\frac{5}{7}}\sin\omega'(t - t_0)$ (5)

$= \cos\beta \cos\omega'(t - t_0) - \sin\beta \sin\omega'(t - t_0)$ (5)

$where, \cos\beta = \sqrt{\frac{2}{7}}\ and\ \sin\beta = \sqrt{\frac{5}{7}}$ (5)

$\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \cos\{\beta + \omega'(t - t_0)\}$ (5)

$\beta + \omega'(t - t_0) = \cos^{-1}\left(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right)$

$\omega'(t - t_0) = \pi - \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right)$

$t = \frac{1}{\omega'}\left\{\pi - 2\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right)\right\} + t_0$ (5)

$t = \sqrt{\frac{ml}{\lambda}}\left\{\pi - 2\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right)\right\} + \sqrt{\frac{2ml}{\lambda}}\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$

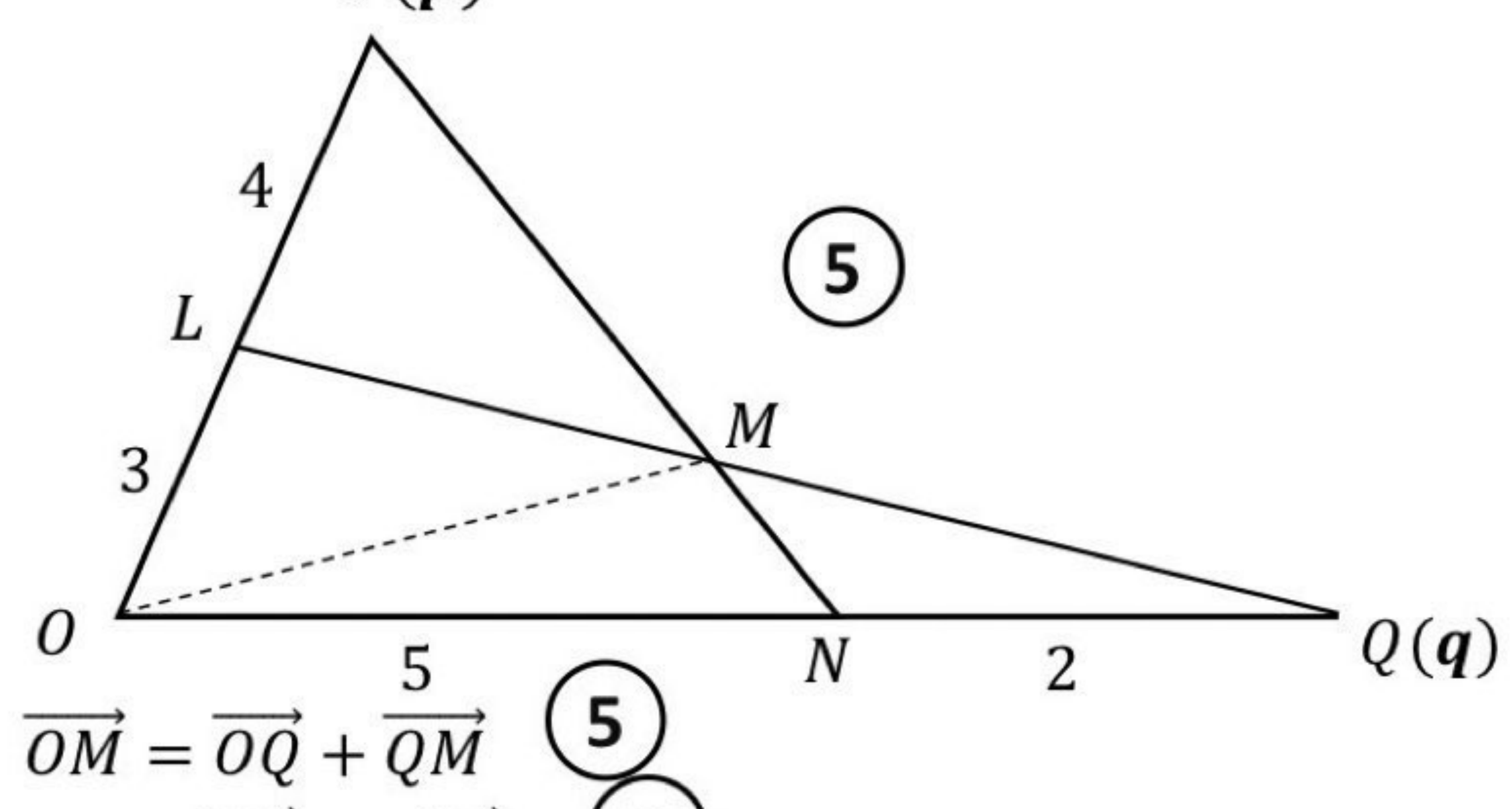
$t = \sqrt{\frac{ml}{\lambda}}\left\{\pi - 2\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\right) + \sqrt{2}\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right\}$ (5)

40

14. (a)

O ලක්ෂ්‍යයක් අනුබද්ධයෙන් P හා Q ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ වේ. L යනු $OL : LP = 3 : 4$ වන පරිදි OP මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් ද N යනු $ON : NQ = 5 : 2$ වන පරිදි OQ මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් ද වේ. PN සහ QL රේඛා වල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය M නම් $\overrightarrow{OM} = \underline{q} + \lambda(3\underline{p} - 7\underline{q})$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු අදිශයකි.

$\overrightarrow{OM}$ සඳහා තවත් ප්‍රකාශනයක් ලබා ගැනීමෙන් M ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{p}$ හා $\underline{q}$ ඇසුරින් සොයන්න.



(5)

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{QM}$ (5)

$= \overrightarrow{OQ} + \alpha\overrightarrow{QL}$ (5)

$= \overrightarrow{OQ} + \alpha(\overrightarrow{QO} + \overrightarrow{OL})$ (5)

$= \boldsymbol{q} + \frac{\alpha}{7}(3\boldsymbol{p} - 7\boldsymbol{q})$ (5)

$= \boldsymbol{q} + \lambda(3\boldsymbol{p} - 7\boldsymbol{q})\quad where\ \lambda = \alpha/7$

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM}$ (5)

$= \boldsymbol{p} + \beta\overrightarrow{PN}$ (5)

$= \boldsymbol{p} + \beta(\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{ON})$

$= \boldsymbol{p} + \beta\left(-\boldsymbol{p} + \frac{5}{7}\boldsymbol{q}\right)$ (5)

$= \boldsymbol{p} + \mu(5\boldsymbol{q} - 7\boldsymbol{p})\quad where\ \mu = \frac{\beta}{7}$ (5)

$Now,\quad \boldsymbol{q} + \lambda(3\boldsymbol{p} - 7\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{p} + \mu(5\boldsymbol{q} - 7\boldsymbol{p})$ (5)

$1 - 7\lambda = 5\mu\ and\ 1 - 7\mu = 3\lambda\quad (\boldsymbol{p} \not\parallel \boldsymbol{q})$ (5) (5)

$\lambda = \frac{1}{17} \dashrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{1}{17}(3\boldsymbol{p} + 10\boldsymbol{q})$ (5)

(5)

70

Scanned with CamScanner

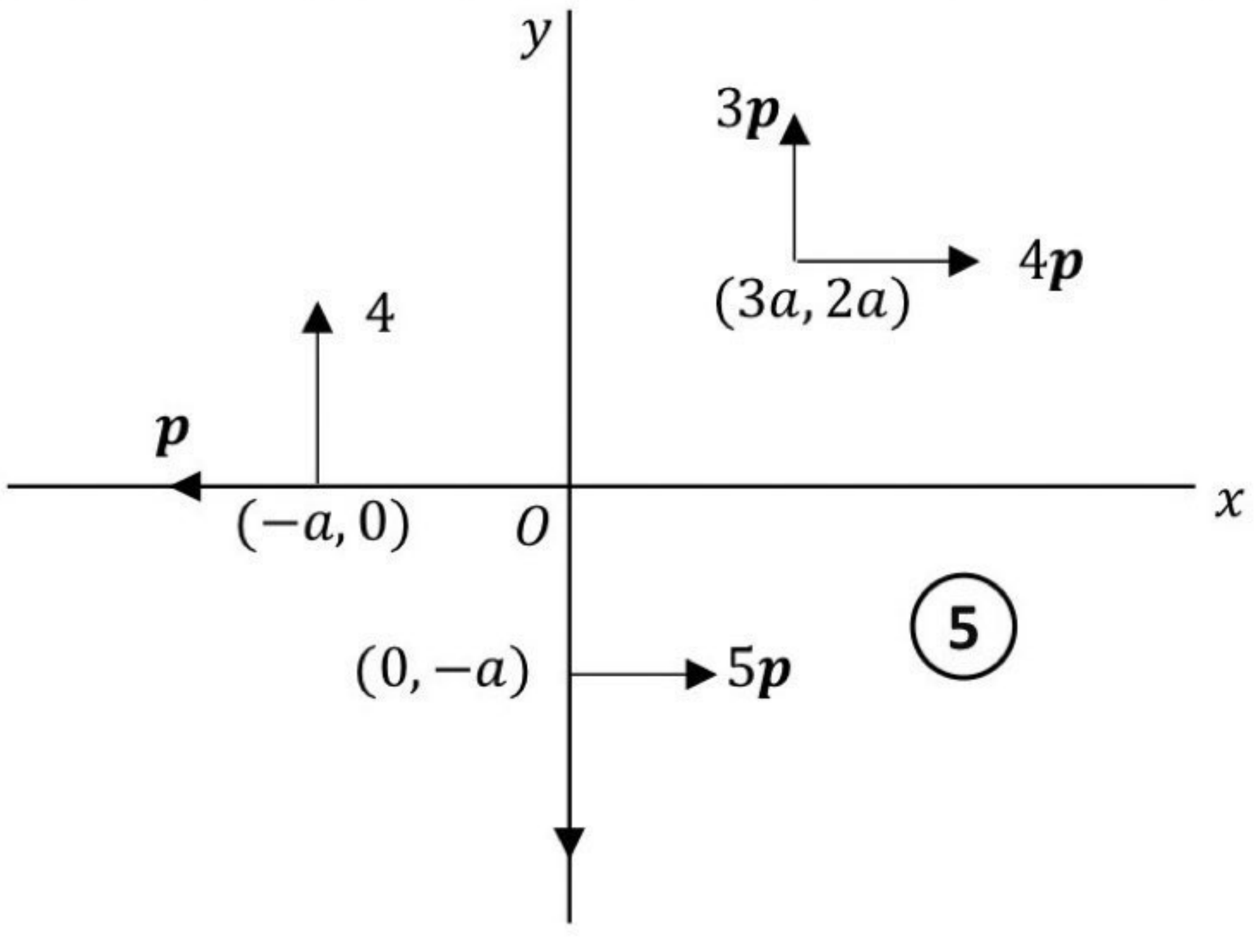
(*b*) XY තලයේ O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් ක්‍රියාකරන බල තුනකින් සමන්විත ඒකතල බල පද්ධතියක් පහත දැක්වේ.

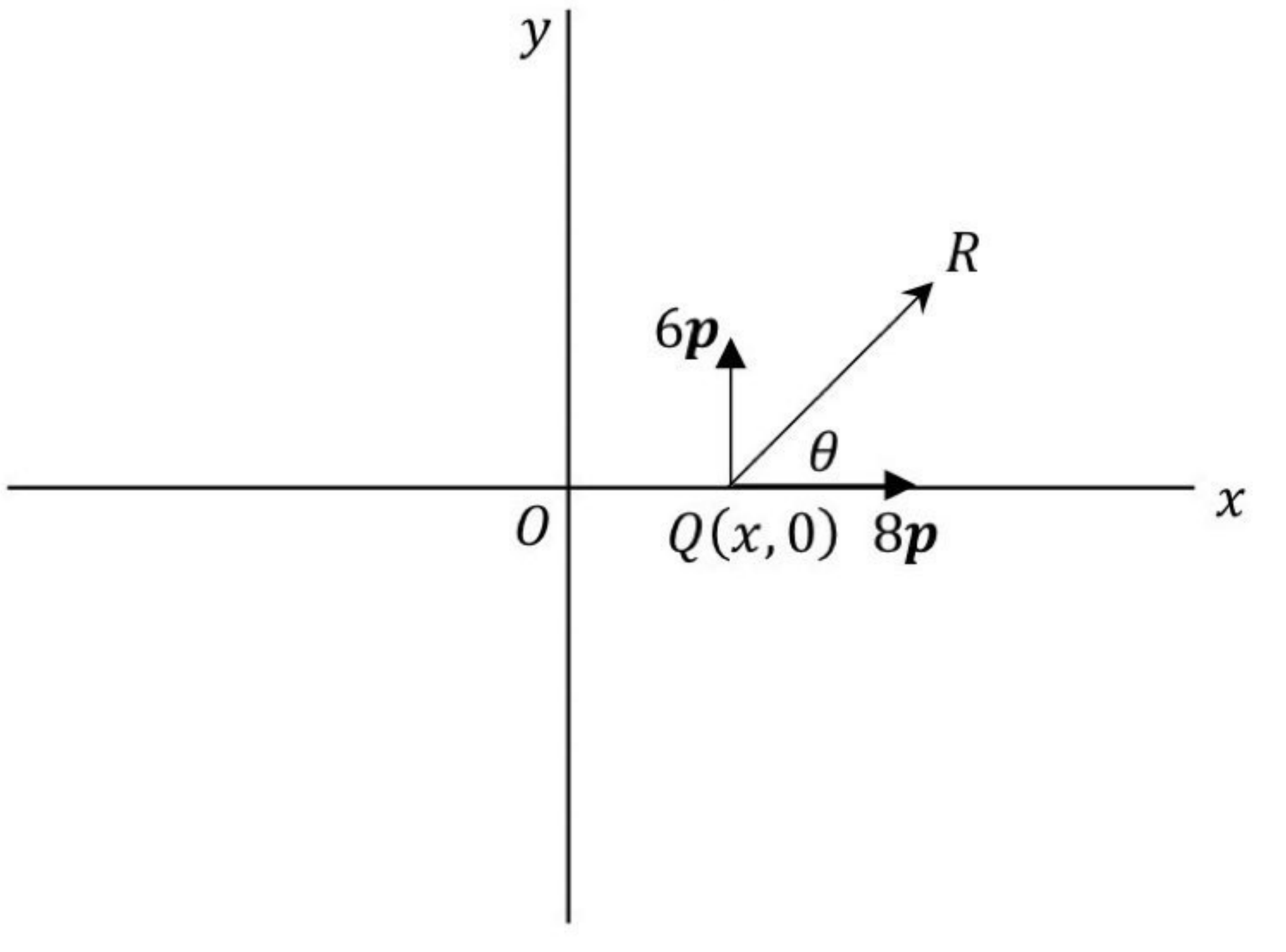
ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$3a\,\boldsymbol{i} + 2a\,\boldsymbol{j}$	$4P\,\boldsymbol{i} + 3P\,\boldsymbol{j}$
B	$-a\,\boldsymbol{i}$	$-P\,\boldsymbol{i} + 4P\,\boldsymbol{j}$
C	$-a\,\boldsymbol{j}$	$5P\,\boldsymbol{i} - P\,\boldsymbol{j}$

මෙහි $\boldsymbol{i}$ හා $\boldsymbol{j}$ යනු සුපුරුදු අංකනයෙන් පිළිවෙලින් OX හා OY අක්ෂ ඔස්සේ ඒකක දෛශික ද P හා a යනු පිළිවෙලින් නිව්ටන් හා මීටර් වලින් මනින ලද ධන රාශි ද වේ.

පද්ධතිය විශාලත්වය $10P$ N තනි බලයකට ඌණනය වන බව පෙන්වා එම තනි බලයේ දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

එම තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $4y = 3x + 6a$ බවට පත් කිරීම සඳහා පද්ධතියට එක් කළ යුතු යුග්මයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් සොයන්න.





$\rightarrow X = 4p + 5p - p = 8p$ (5)

$\uparrow Y = 3p - 4p - p = 6p$ (5)

$R = \sqrt{(8p)^2 + (6p)^2} = 10\,p$ (5)

$tan\theta = \frac{3}{4}$ (5)

$R \neq 0$, *Thus the system cn be equivalant to a single force* $R = 10p$ (5)

Taking moments about O

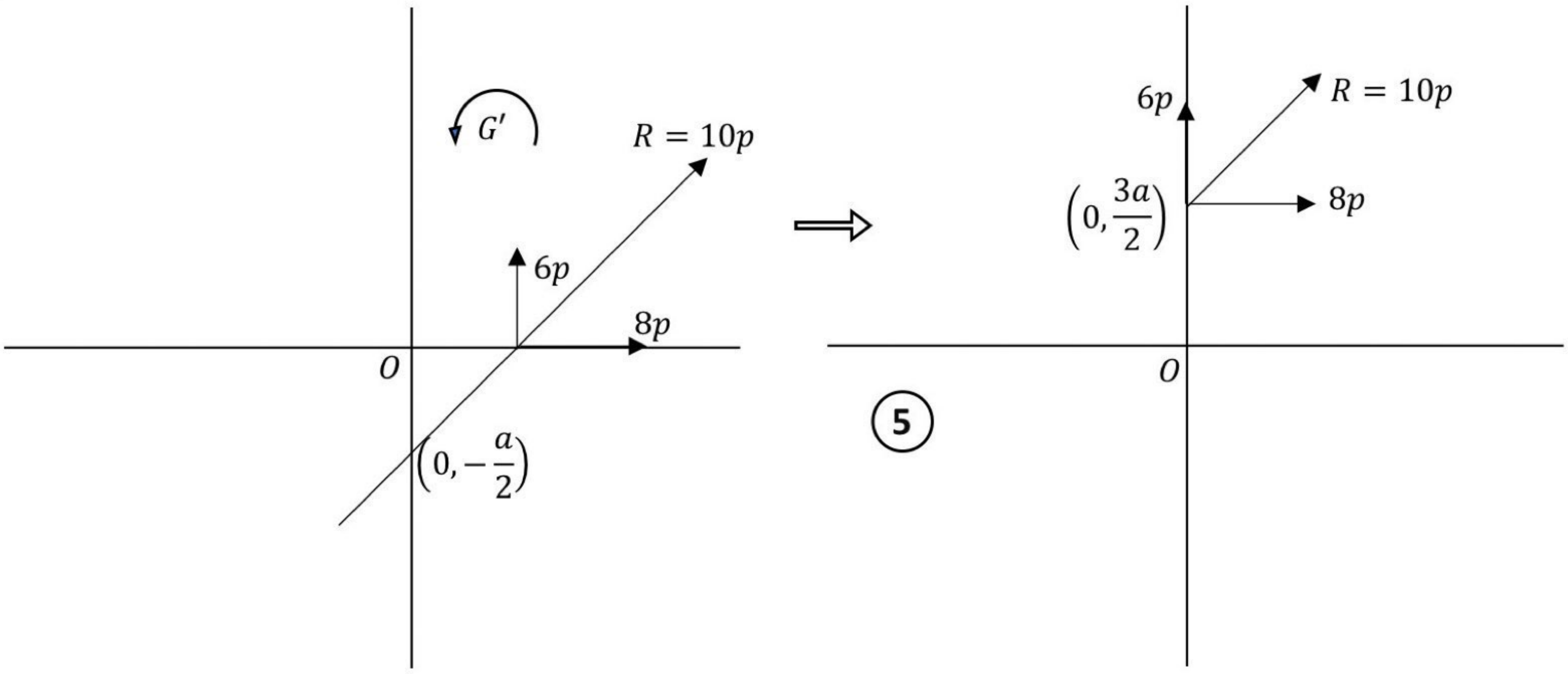
$G = (4p \times 3a - 4p \times 2a) + (-4p \times a) + 5pa = 2pa \dashrightarrow 6p \times x = 2pa$ (10) (5)

$x = \frac{1}{3}a$ (5)

Equation of line of the action

$y - 0 = \frac{3}{4}\left(x - \frac{1}{3}a\right) \dashrightarrow 4y = 3x - a$ (5) (5)

Scanned with CamScanner



(5)

Let G' be the required moment of the couple, taking moment about O

$$G' + 6p.\frac{a}{3} = -8p.\frac{3a}{2}$$ (10)

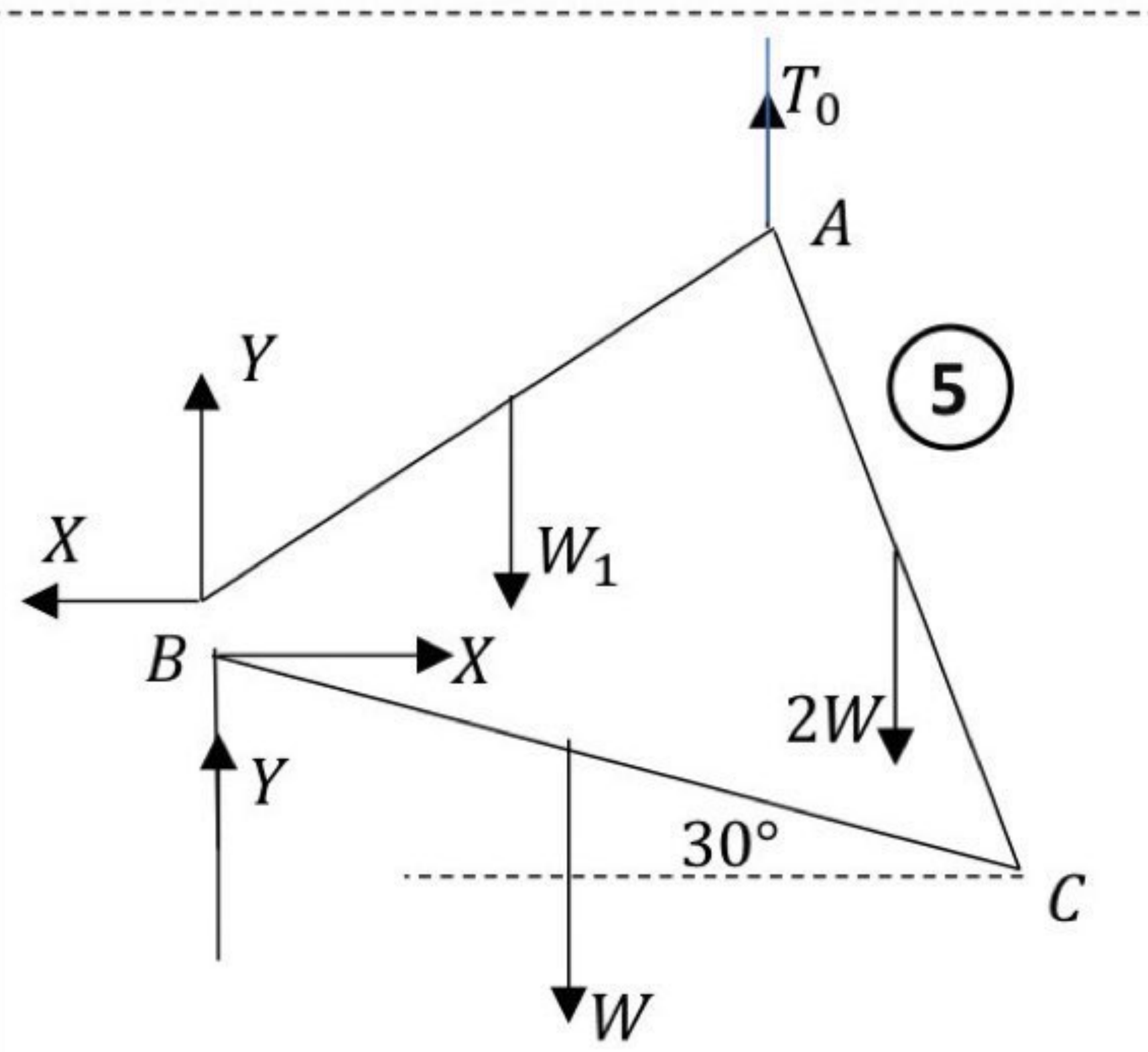
$$G' = 14pa$$ (5)

80

---

15. (a) AB, BC හා AC ඒකාකාර දඬු තුනක් ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සෑදෙන පරිදි ඒවායේ අග්‍ර සුවල ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB හා BC දඬු වල බර W බැගින් වන අතර AC හි බර $2W$ වේ. රාමු සැකිල්ල A සන්ධියෙන් නිදහස් ලෙස එල්ලා ඇත. AC දණ්ඩ සිරසට දරණ ආනතිය θ වේ. $tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$ බව පෙන්වන්න.

θ ඇසුරෙන් B සන්ධියේ දී AB මත ප්‍රතික්‍රියාව සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



(5)

Let $AB = 2a$

for the equilibrium of ABC takinf moment about A

$$W.a\sin(60-\theta) + W.2acos30°\cos(60+\theta) = a.2W\ sin\theta$$ (15)

$$\sin(60-\theta) + \sqrt{3}\cos(60+\theta) = 2sin\theta$$

$$sin60cos\theta - cos60\ sin\theta + \sqrt{3}(cos60cos\theta - sin60sin\theta = 2sin\theta$$ (10)

$$\frac{\sqrt{3}}{2}.cos\theta - \frac{1}{2}sin\theta + \sqrt{3}(\frac{1}{2}cos\theta - \frac{\sqrt{3}}{2}sin\theta = 2sin\theta$$

$$tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{4} - - \rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$ (5)

for the equilibium of AB taking moment about A

$$Y.a\sin(60-\theta) - x.2\,a\cos(60-\theta) + W.a\sin(60-\theta) = 0$$ (10)

for CB taking moment about C

$$-2X.a\ \sin(30-\theta) - Y.2a\ cos(30-\theta) + W.a\ cos(30-\theta) = 0$$ (10)

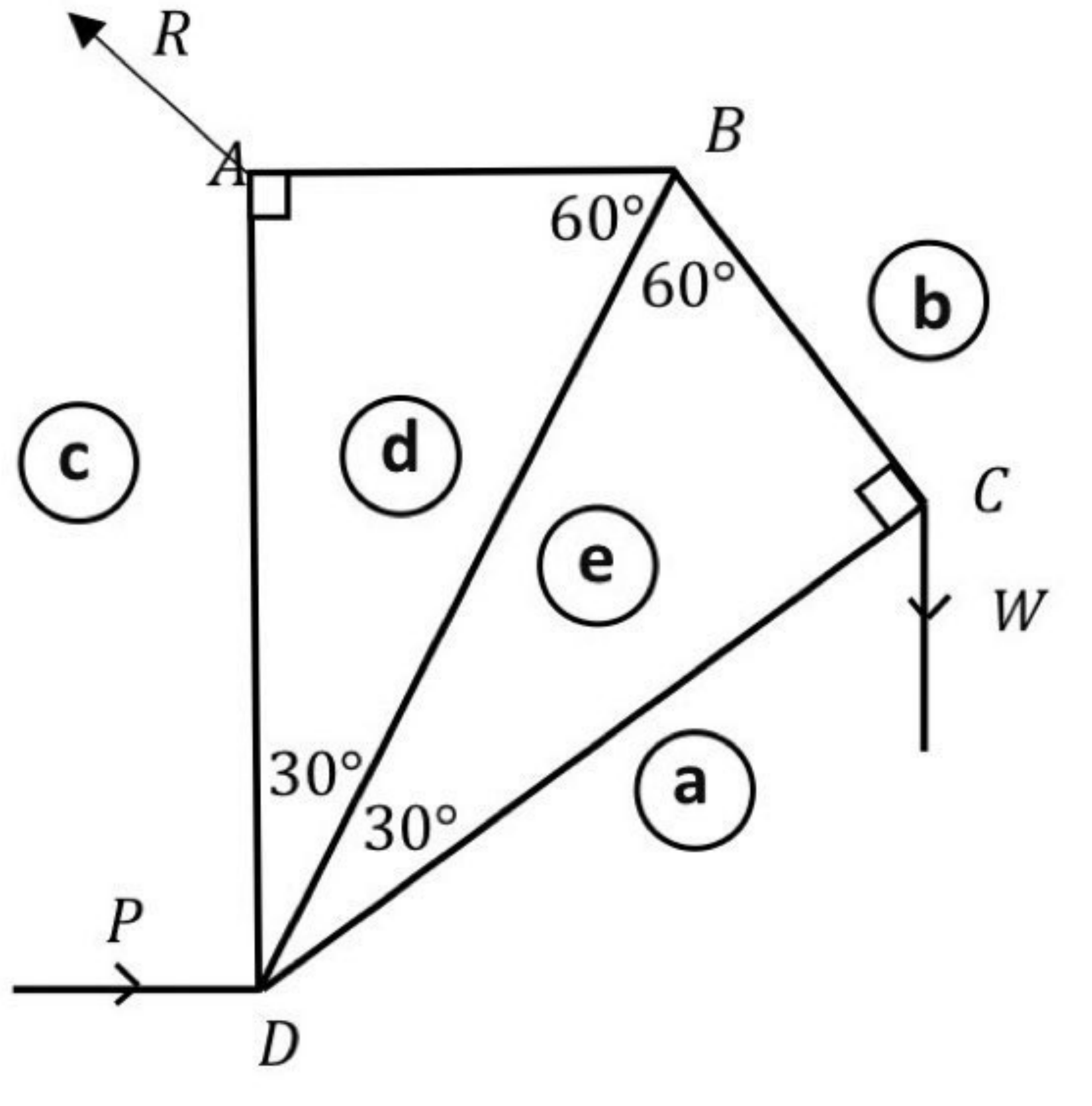
55

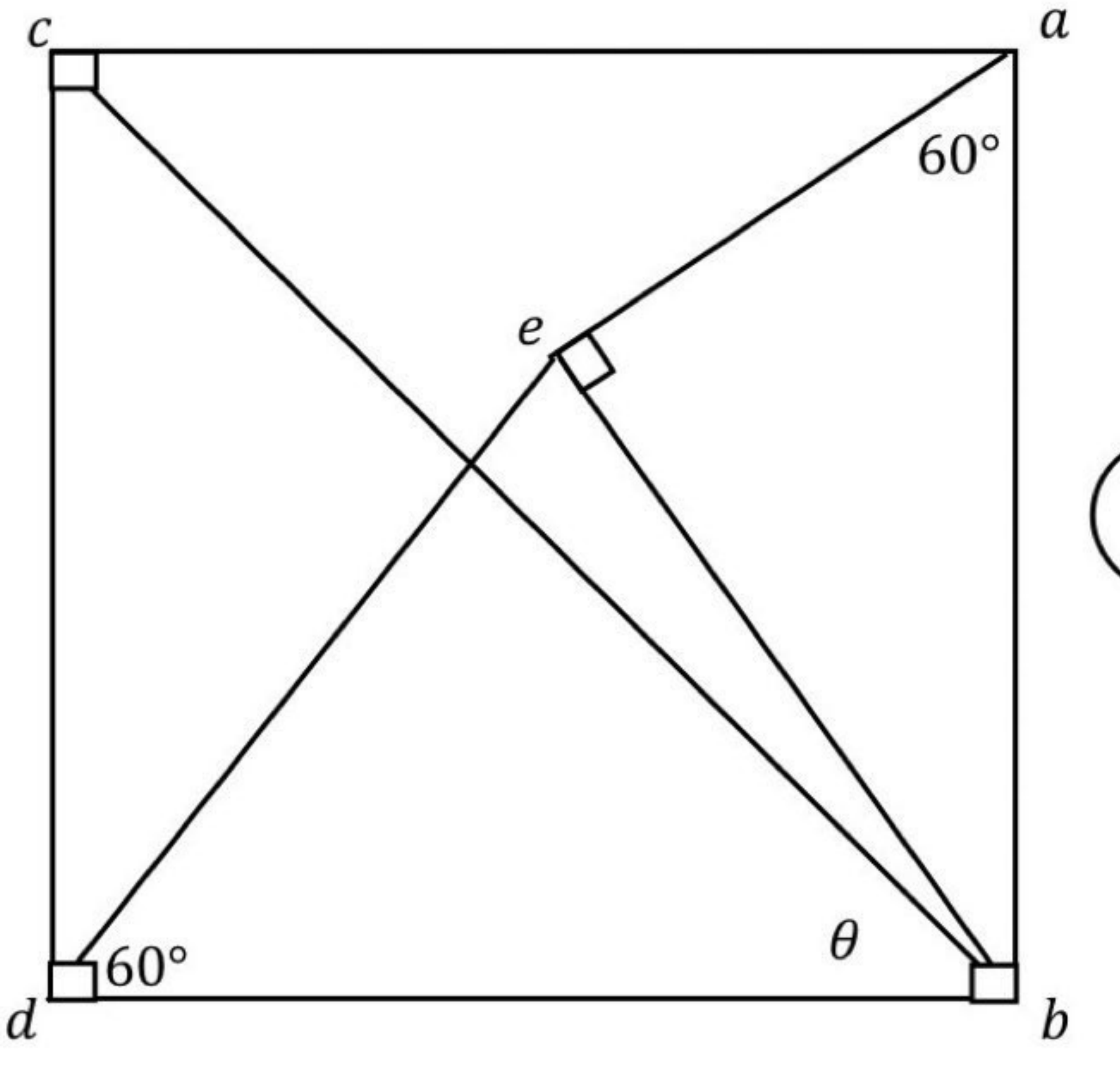
Scanned with CamScanner

(b) AB, BC, CD, DA හා BD සැහැල්ලු දඬු පහක් ඒවායේ කෙළවරවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර රූපයේ දැක්වෙන පරිදි වූ රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත. මෙහි $AB = BC, AD = CD$, $A\hat{D}B = C\hat{D}B = 30°$ හා $A\hat{B}D = C\hat{B}D = 60°$ වේ. රාමු සැකිල්ල A හිදී සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර C හිදී W භාරයක් එල්ලා ඇත. D හිදී යොදන ලද P තිරස් බලයක් මගින් AB තිරස්ව හා AD සිරස්ව රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ පවතී. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් C, B හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ එමගින්,

(i) දඬු වල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් වෙන් කර දක්වන්න.

(ii) P බලයේ විශාලත්වයත් A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න.





30

Rod	Tension	Thrust
AB	$\frac{\sqrt{3}}{2}W$	-
BC	$\frac{\sqrt{3}}{2}W$	-
CD	-	$\frac{W}{2}$
DA	W	-
DB	-	$\frac{\sqrt{3}}{2}W$

50

Hence, $P = \frac{\sqrt{3}}{2}W$ (5) $R = \frac{\sqrt{3}}{2}W$ (5) $tan\theta = \frac{2}{\sqrt{3}}$ (5)

95

Scanned with CamScanner

16.

(i) අරය a වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය කේන්ද්‍රයේ දිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් ද

(ii) උස h වූ ඒකාකාර ඍජු වෘත්තාකාර ඝන කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි පතුලේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, උඩත් හා යටත් වෘත්තාකාර ගැටිවල අරයන් පිළිවෙළින් R හා $\frac{R}{2}$ වූ ද උස $2R$ වූ ද ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතු ඡින්නකයක හැඩයෙන් යුත් ඒකාකාර කොන්ක්‍රීට් කුට්ටියක් සහ අරය R වූ ඝන අර්ධ ගෝලයකින්, අරය R සහ උස R බැගින් වූ ඍජු වෘත්තාකාර ඝන කේතුක කොටසක් හාරා ඉවත් කිරීමෙන්, සෑදෙන අර්ධ ගෝලාකාර කබොලක් ඒවායේ අක්ෂ සිරස්ව සහ සමපාත වන පරිදි දෘඪව සවිකිරීමෙන් මල් පෝච්චියක් සාදා ඇත. ඡින්නකය හා අර්ධ ගෝලාකාර කබොල ඒකක පරිමාවක ස්කන්ධය σ වූ එකම ද්‍රව්‍යයෙන් නිමවා ඇත.

මල් පෝච්චියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර $\frac{7R}{6}$ බව පෙන්වන්න.

යාබද රූපයේ දැක්වෙන පරිදි මල් පෝච්චියේ පහල වෘත්තාකාර මුහුණත තිරසට α ආනත රළු තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාව ස්පර්ශ වන පරිදි තබා ඇත. දැන්, තලය සෙමෙන් උඩු අතට ඇල කරනු ලැබේ.

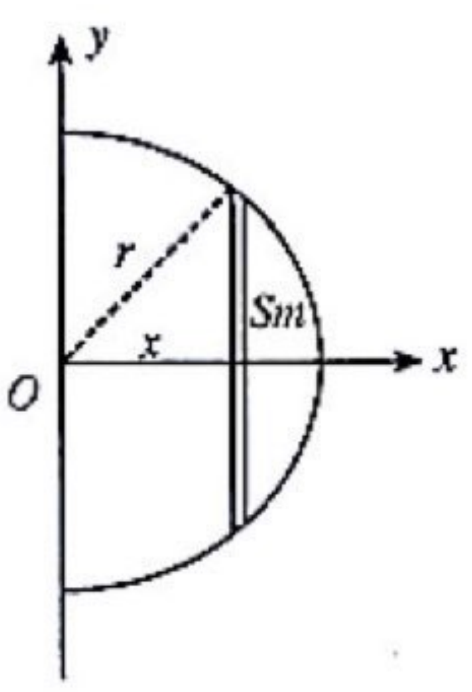
මල් පෝච්චිය සමතුලිතව පිහිටීමට නම් $\alpha < \tan^{-1}\left(\frac{6}{7}\right)$ සහ $\mu \geq \tan\alpha$ විය යුතු බව පෙන්වන්න. මෙහි μ යනු මල් පෝච්චිය හා ආනත තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ.

Uniform solid hemisphere

By symmetry, the centre of mass lies on the x - axis. (5)

$\delta m = \pi(r^2 - x^2)\,\delta x\,\sigma,$

where σ is the density



$$\bar{x} = \frac{\int_0^r \pi(r^2 - x^2)\,\sigma x\,dx}{\int_0^r \pi(r^2 - x^2)\,\sigma\,dx} \quad (5)\ (5)$$

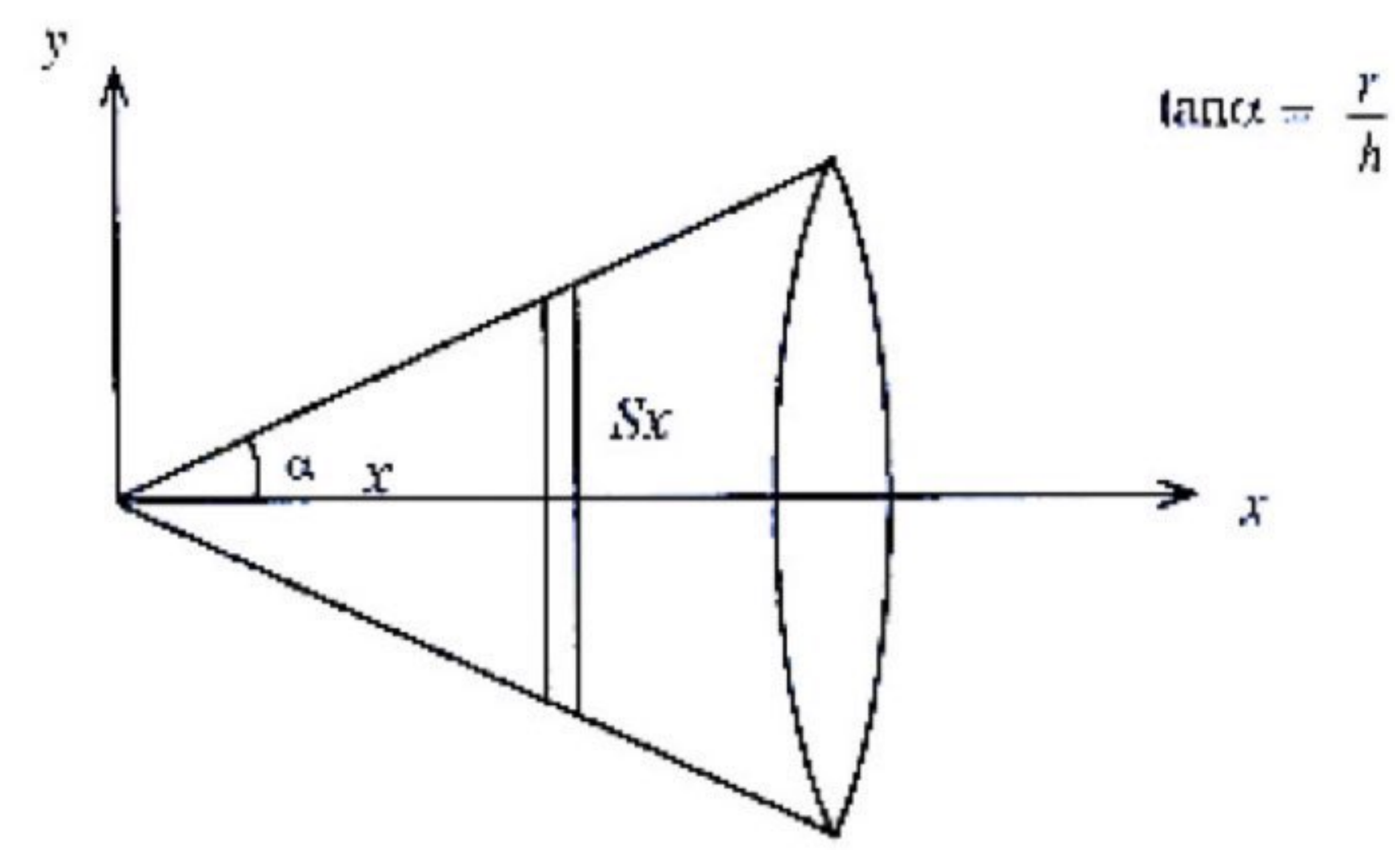
$$= \frac{\left(\frac{r^2x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^r}{\left(r^2x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^r} \quad (5)\ (5)$$

$$= \frac{\frac{r^4}{2} - \frac{r^4}{4}}{r^3 - \frac{r^3}{3}}$$

$$= \frac{3r}{8} \quad (5)$$

30

Uniform solid right circular cone



$\tan\alpha = \frac{r}{h}$

By symmetry, the centre of mass lies on the x - axis. (5)

$\delta x = \pi(x\tan\alpha)^2\,\delta x\,\rho,$ where ρ is the density.

$$\bar{x} = \frac{\int_0^h \pi\tan^2\alpha\,\rho x^2 . x\,dx}{\int_0^h \pi\tan^2\alpha\,\rho x^2\,dx} \quad (5)\ (5)$$

$$= \frac{\frac{x^4}{4}\Big|_0^h}{\frac{x^3}{3}\Big|_0^h} \quad (5)\ (5)$$

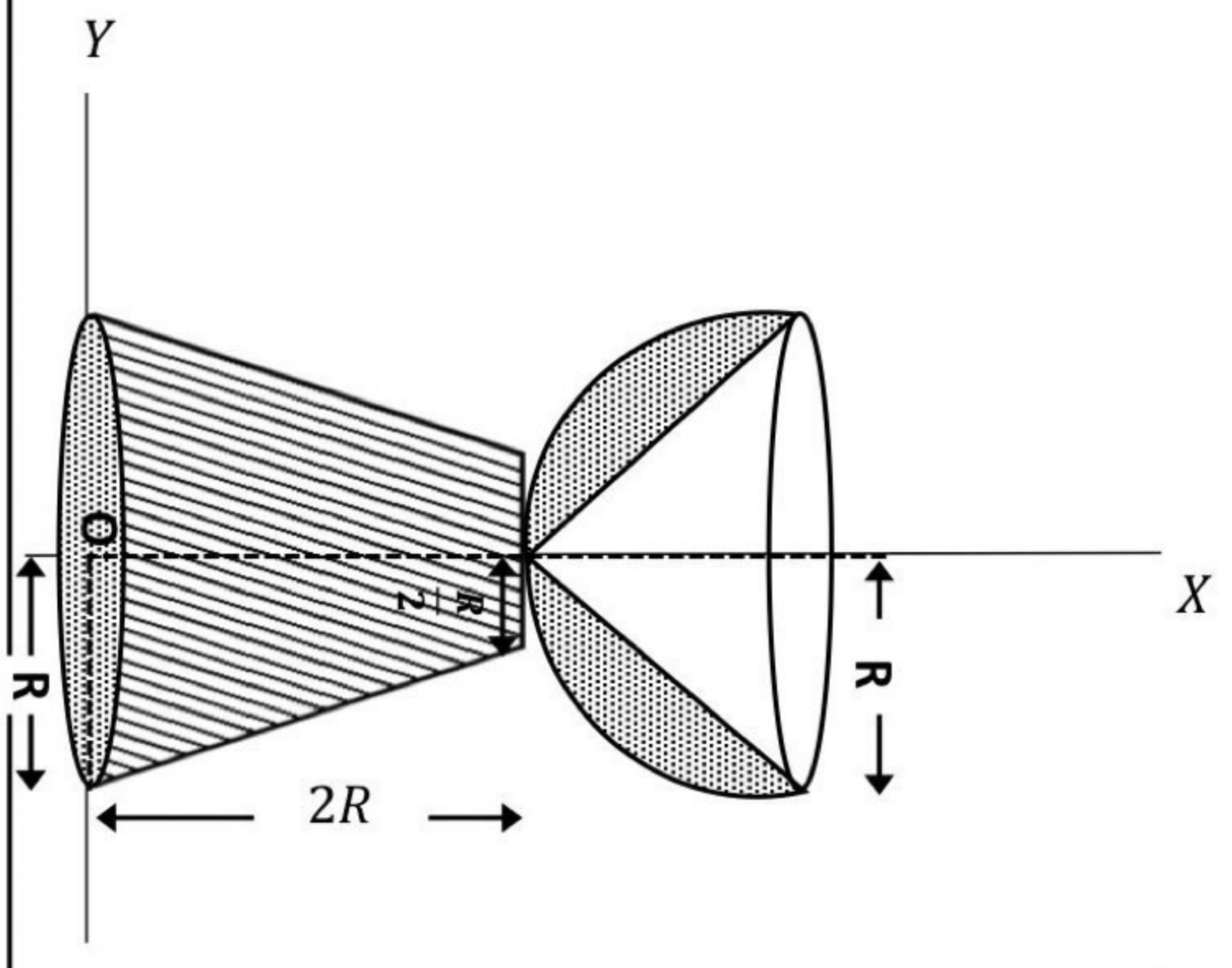
$$= \frac{\frac{h^4}{4}}{\frac{h^3}{3}} = \frac{3h}{4}.$$

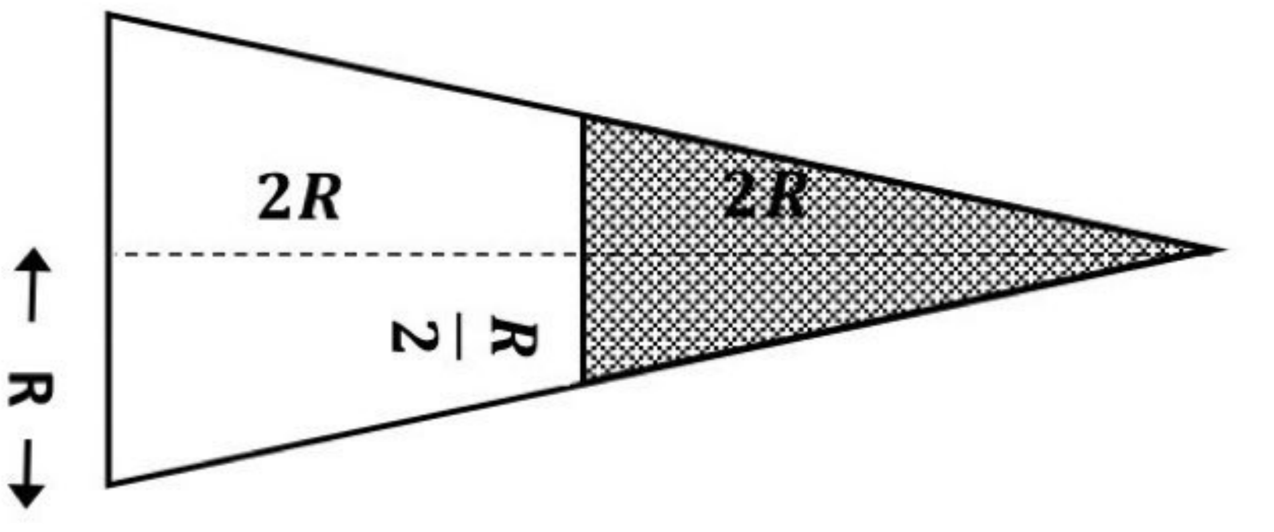
$\therefore$ The distance from the centre of the base $= h - \frac{3h}{4}$

$= \frac{h}{4}$ (5)

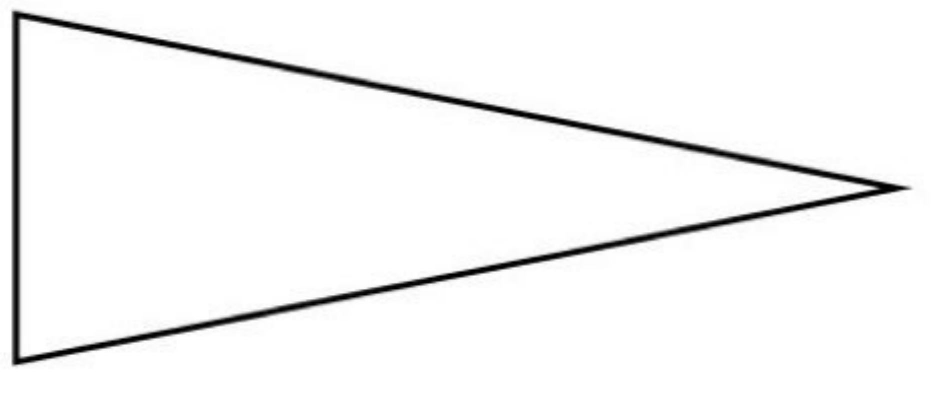
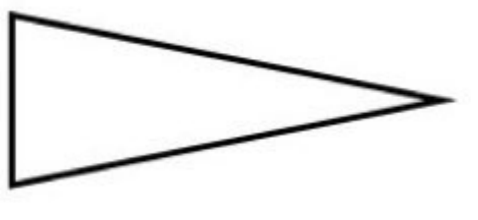
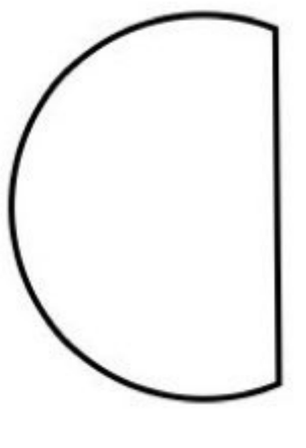
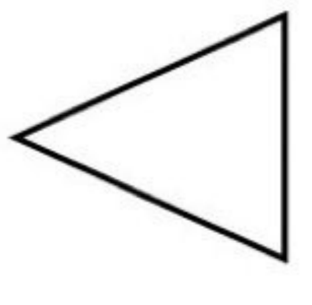
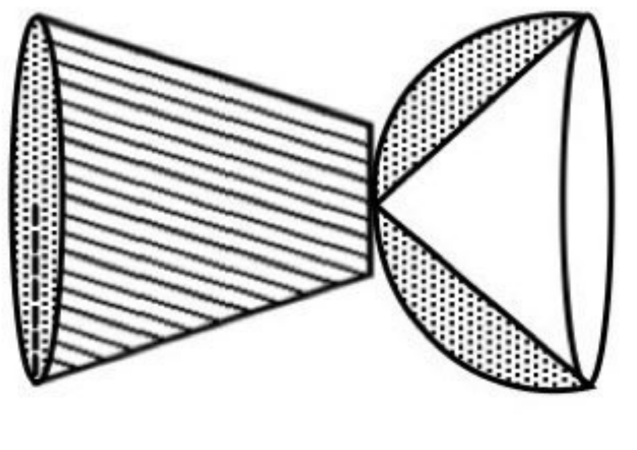
30

Scanned with CamScanner





$By\ symmetry, the\ center\ of\ mass\ lies\ on\ OX$ (5)

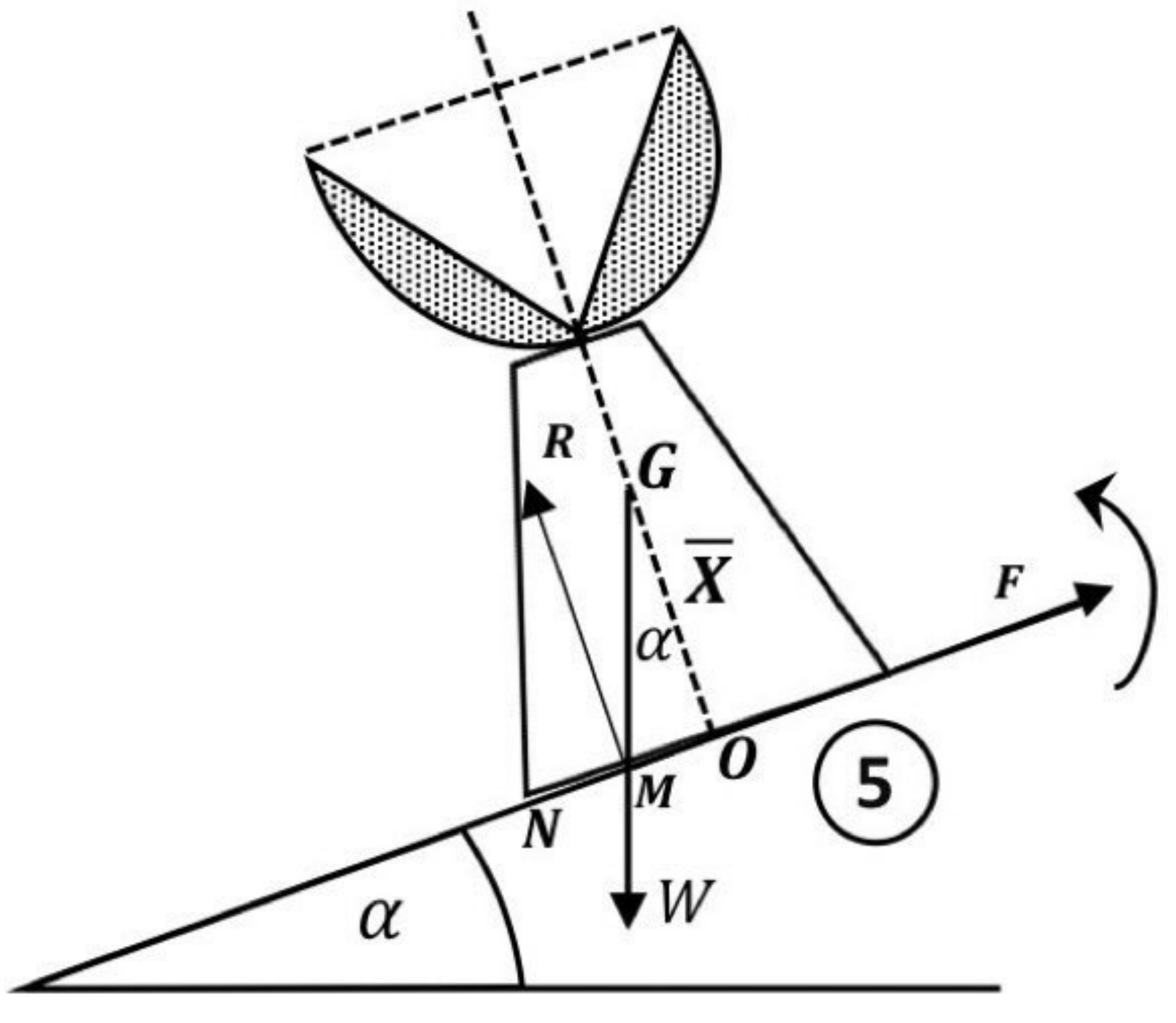
Object	Mass $\left(\frac{1}{3}\pi R^3\rho = M\right)$	Distance from O
	$\frac{4}{3}\pi R^3\rho = 4M$ (5)	R (5)
	$\frac{1}{6}\pi R^3\rho = \frac{M}{2}$ (5)	$\frac{5R}{2}$ (5)
	$\frac{2}{3}\pi R^3\rho = 2M$ (5)	$\frac{21R}{8}$ (5)
	$\frac{1}{3}\pi R^3\rho = M$ (5)	$\frac{11R}{4}$ (5)
	$\frac{9}{2}\pi R^3\rho = \frac{9M}{2}$ (5)	$\overline{X}$

Scanned with CamScanner

$\frac{9M}{2}.\overline{X} = (4M.R) - \left(\frac{M}{2}.\frac{5R}{2}\right) + \left(2M.\frac{21R}{8}\right) - \left(M.\frac{11R}{4}\right)$ (10)

$\overline{X} = \frac{7R}{6}$ (5)

65



(5)

$F = w\, sin\alpha$

$R = w\, cos\alpha$ (5)

To prevent sliding

$\left|\frac{F}{R}\right| \leq \mu$

$\frac{w\, sin\alpha}{w\, cos\alpha} \leq \mu - -\rightarrow\ \mu \geq tan\alpha$ (5)

To prevent rolling

$OM \leq ON - -\rightarrow \frac{OM}{OG} \leq \frac{ON}{OG}$ (5)

$tan\alpha \leq \frac{R}{\left(\frac{7R}{6}\right)} - -\rightarrow\ tan\alpha \leq \frac{6}{7}$

$\therefore \alpha \leq \tan^{-1}\left(\frac{6}{7}\right)$ (5)

25

17. (a) නිෂ්පාදන ආයතනයක ඇති A, B හා C ලෙස තත්වයෙන් ශ්‍රේණිගත කර ඇති පෙනුමෙන් සමාන විදුලි බුබුලු සහිත පෙට්ටි 1: 2: 2 අනුපාතයට ඇත. මෙම ශ්‍රේණි තුනෙහිම දෝෂ සහිත සහ දෝෂ රහිත ලෙස විදුලි බුබුලු වර්ග දෙකක් හමුවේ.

A, B හා C ශ්‍රේණිවල දෝෂ සහිත විදුලි බුබුලු හමුවීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙළින් 0.00, 0.10, හා 0.20 වේ. අහඹු ලෙස තෝරාගත් පෙට්ටියකින් බල්බ දෙකක් අහඹු ලෙස තෝරා ගෙන පරීක්ෂා කරනු ලැබේ.

(i) තෝරා ගත් බල්බ දෙකම දෝෂ රහිත විදුලි බුබුලු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) තවද පරීක්ෂාවට භාජනය කල විදුලි බුබුලු දෙකම දෝෂ රහිත විදුලි බුබුලු නම්, එය B ශ්‍රේණියේ පෙට්ටියකින් ගත් බල්බයක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$A: The\ box\ chosen\ containing\ bulb\ of\ Grade\ A$

$B: The\ box\ chosen\ containing\ bulb\ of\ Grade\ B$

$C: The\ box\ chosen\ containing\ bulb\ of\ Grade\ C$ (5)

$X: The\ two\ bulbs\ tested\ are\ found\ to\ be\ satisfactory$

$P(A) = 0.2 \quad P(B) = 0.4 \quad P(C) = 0.4$ (5)

$P(X/A) = 1.0 \quad P(X/B) = (1.0 - 0.1)^2 = 0.81$

$P(X/C) = (1.0 - 0.2)^2 = 0.64$ (10)

$P(X) = P(A).P(X/A) + P(A).P(X/\boldsymbol{A}) + P(C).P(X/\boldsymbol{C})$ (10)

$P(X) = 0.2 \times 1 + 0.4 \times 0.81 + 0.4 \times 0.64$ (5)

$P(X) = 0.78$ (5)

$P(B/X) = \frac{P(X/B).P(B)}{P(X)} = \frac{0.81 \times 0.4}{0.78}$ (10) (5)

$P(B/X) = 0.415$ (5)

60

Scanned with CamScanner

(b) එක්තරා පරීක්ෂණයකට පෙනී සිටි සිසුන් 70 දෙනෙකු ලබාගන්නා ලද ලකුණු වල සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක පන්ති ලකුණු සහ එක් එක් පන්ති ලකුණට අදාල සංඛ්‍යාත පහත වගුවේ දැක්වේ. සමත් වීමේ ලකුණ 35 වේ.

පන්ති ලකුණ	සංඛ්‍යාතය
35	05
45	10
55	15
65	30
75	05
85	05

$y_i = \frac{1}{10}(x_i - 55)$ යන පරිණාමනය භාවිතයෙන් මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාවය නිමානය කරන්න.

මෙම පරීක්ෂණයට පෙනී සිටි මුලු සිසුන් ගණන 100 ක් වන අතර මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් **48** හා **21.5** ලෙස දී ඇත. අසමත් සිසුන් 30 දෙනාගේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

---

x_i	f_i	$y_i = \left(\frac{x_i - 55}{10}\right)$	$f_i y_i$	$f_i {y_i}^2$
35	05	-2	-10	20
45	10	-1	-10	10
55	15	0	0	15 (5)
65	30	1	30	30
75	05	2	10	20
85	05	3	15	45
	70	(5)	**35** (5)	**140** (5)

$\overline{X} = 10\overline{Y} + 55$ (5)

$\overline{Y} = \frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i} = \frac{35}{70} = \frac{1}{2}$ (5)

$\overline{X} = 10 \times \frac{1}{2} + 55 = 60$ (5)

$\sigma_x^2 = c^2\left[\frac{\sum f y^2}{\sum f} - \overline{y}^2\right]$ (5)

$\sigma_x^2 = 10^2\left[\frac{140}{70} - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$ (5)

$\sigma_x^2 = 10^2\left[2 - \frac{1}{4}\right]$

$\sigma_x^2 = 13.2$ (5)

50

$let\ \mu_2\ is\ the\ mean\ of\ the\ 30\ students$

$\mu =\ mean\ of\ the\ 100\ students$

$\mu = \frac{n\mu_{1+m\mu_2}}{n+m}\quad n = 70, m = 30$

$4.8 = \frac{70 \times 60 + 30 \times \mu_2}{100}$ (5)

$\mu_2 = 20$ (5)

$let\ \sigma\ is\ the\ standard\ deviation\ of\ the\ 100\ students$

$\sigma^2 = \frac{(n\sigma_1^2 + m\sigma_2^2) + (nd_1^2 + md_2^2)}{n+m}$ (5)

$\sigma_1^2 = 175 \quad \sigma^2 = (21.5)^2 \quad \sigma_2^2\ ?$

$d_1 = 48 - 60 \qquad d_2 = 48 - 20$

$21.5^2 = \frac{(70 \times 175 + 30 \times \sigma_2^2) + (70 \times 144 + 30 \times 28^2)}{100}$ (10)

$3\sigma_2^2 = 137.5$ (5)

$\sigma_2^2 = 45.83$ (5)

$\sigma_2 = 6.73$ (5)

40

Scanned with CamScanner